Remarque 1.6.

a) Les formules 1) à 7) restent valables si $a, b \in \mathbb{R}_+^*$, $m, n \in \mathbb{Q}$.
Attention : ces formules ne sont vraies de manière générale pour des exposants fractionnaires que si la **base est un nombre réel positif**.

b) Les exposants négatifs et fractionnaires sont très pratiques comme outils de travail pour traiter certains exercices sur les puissances ou les racines. Mais en général les réponses seront toujours données à l'aide de puissances à exposants entiers positifs et de racines à indices positifs.

Exemple 1.11.
Simplifier les expressions suivantes :

a) $\sqrt[3]{a^7} \cdot (\sqrt[3]{a})^2 = a^{\frac{7}{3}} \cdot \left(a^{\frac{1}{3}}\right)^2 = a^{\frac{7}{3}} \cdot a^{\frac{2}{3}}$
$= a^{\frac{7}{3}+\frac{2}{3}} = a^{\frac{9}{3}} = a^3$

b) $\left(\sqrt[8]{\sqrt[3]{a}}\right)^7 = \left(\sqrt[24]{a}\right)^7 = \left(a^{\frac{1}{24}}\right)^7 = a^{\frac{7}{24}}$
$= \sqrt[24]{a^7}$

$\boxed{\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}}$

$\boxed{\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}}$

c) $\dfrac{a^5}{\sqrt[3]{a^7} \cdot \sqrt[10]{a}} = \dfrac{a^5}{a^{7/3} \cdot a^{1/10}} = a^{5-\frac{7}{3}-\frac{1}{10}}$
$= a^{\frac{150-70-3}{30}} = a^{\frac{77}{30}} = \sqrt[30]{a^{77}}$

d) $\dfrac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{4}}} = a^{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}} = a^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{a}$

ex 1.17 et 1.18