1.22

Relativement à une base $\mathfrak{B}$ de V_2, on considère les vecteurs :

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}, \vec{e} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\vec{f} = \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}, \vec{g} = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{3}{2} \end{pmatrix}, \vec{h} = \begin{pmatrix} \frac{1}{9} \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}, \vec{i} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}.$$

Regrouper les vecteurs qui sont colinéaires.

1) $\vec{d} = 2\vec{a}$ / $\vec{h} = \frac{1}{9}\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = 9\cdot\vec{h}$ On note $\vec{a} \sim \vec{d} \sim \vec{h}$

$$\vec{f} \neq -3\cdot\vec{c} = -3\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -9 \end{pmatrix} \neq \vec{f}$$

2) $\vec{c} = -2\cdot\vec{g} = -2\begin{pmatrix} 1 \\ -3/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

$$+2\cdot\left(+\frac{3}{2}\right) = 2\cdot\frac{3}{2} = \frac{2}{1}\cdot\frac{3}{2} = \frac{\cancel{2}\cdot 3}{1\cdot\cancel{2}}$$

3) $\vec{e}$ colinéaires à tous les vecteurs

$$\vec{e} = 0\cdot\vec{a} = 0\cdot\vec{b} = 0\cdot\vec{c} = \ldots$$

4) $\vec{b} = -\frac{3}{2}\vec{i} \Leftrightarrow \vec{i} = -\frac{2}{3}\cdot\vec{b}$

1.23

Relativement à une base $\mathfrak{B}$ de V_2, on donne les vecteurs

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Déterminer un nombre réel λ et un vecteur $\vec{x}$ colinéaire à $\vec{a}$ tels quel $\vec{x} + \lambda\vec{b} = \vec{c}$

lambda

$$\Rightarrow \quad \vec{x} + \lambda \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

et $\vec{x} \sim \vec{a}$

$\vec{x} = k\vec{a}$, $k \in \mathbb{R}$

$\vec{x} = k \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow \quad k \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \quad \begin{pmatrix} 7k - 3\lambda \\ -2k + 5\lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \quad \begin{cases} 7k - 3\lambda = 0 \\ -2k + 5\lambda = 5 \end{cases} \quad \begin{vmatrix} \cdot 5 \\ \cdot 3 \end{vmatrix} \begin{matrix} \cdot 2 \\ \cdot 7 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow + \begin{array}{rcl} 35k - 15\lambda &=& 0 \\ -6k + 15\lambda &=& 15 \\ \hline 29k &=& 15 \\ k &=& \frac{15}{29} \end{array}$$

$$+ \begin{array}{rcl} 14k - 6\lambda &=& 0 \\ -14k + 35\lambda &=& 35 \\ \hline 29\lambda &=& 35 \\ \lambda &=& \frac{35}{29} \end{array}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{x} = \frac{15}{29} \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{105}{29} \\ \frac{-30}{29} \end{pmatrix}$$