2.3 Déterminant d'un couple de vecteurs du plan

Le déterminant du couple $\left(\vec{a}; \vec{b}\right)$, où $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$, est le **nombre réel**

définition :

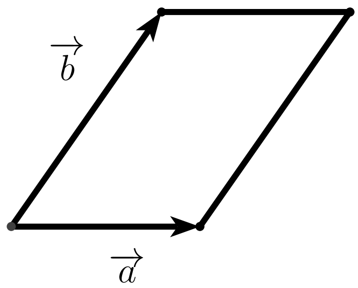
$$\boxed{\det\left(\vec{a}; \vec{b}\right) = \det\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

aussi noté $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$

form. p.13

Propriétés du déterminant de deux vecteurs du plan

On pose $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$.



a) **L'aire d'un parallélogramme** construit sur les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ est donnée par

valeur absolue

$$\boxed{\sigma\left(\vec{a}; \vec{b}\right) = \left|\det\left(\vec{a}; \vec{b}\right)\right| = \left|\det\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}\right| = |a_1 b_2 - a_2 b_1|}$$

form. p.13 ou form. p.48

Aire du Δ $= \frac{1}{2}$ Aire du //-gr.

b) **2ème critère de colinéarité dans le plan**

$$\vec{a} \text{ et } \vec{b} \text{ colinéaires} \iff \det\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0$$

Exemple 2.4.

a) Calculer $\det\left(\vec{a}; \vec{b}\right)$ où $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} = 1\cdot 5 - (-3)(-2) = 5 - 6 = -1$$

b) Calculer l'aire du triangle de sommets $A(-1; 4)$, $B(2; 5)$ et $C(5; -3)$.

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 2+1 \\ 5-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{AC} = \begin{pmatrix} 5+1 \\ -3-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -7 \end{pmatrix}$$

$$\det\left(\vec{AB}; \vec{AC}\right) = \begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 1 & -7 \end{vmatrix} = 3\cdot(-7) - 1\cdot 6 = -21 - 6 = -27$$

$$\Rightarrow \text{Aire} = \frac{|-27|}{2} = \frac{27}{2}\, u^2$$

valeur absolue

ex 2.8
2.9