

## 2.5 Exercices

### 2.1

Rendre les fractions rationnelles irréductibles :

$$1) \frac{54a^3b^3}{15a^5b^2}$$

$$4) \frac{2x - 2y}{3y - 3x}$$

$$7) \frac{x - x^3}{x^4 + 2x^3 + x^2}$$

$$2) \frac{-16u^2v^2w^3}{-4u^3vw^2}$$

$$5) \frac{a^2 - b^2}{(a - b)^2}$$

$$8) \frac{3z^2 - 21z + 36}{2z^2 - 12z + 18}$$

$$3) \frac{x - 1}{2x - 2}$$

$$6) \frac{x^2 - 16}{x^2 - 5x + 4}$$

$$9) \frac{x^3 - 125}{x^2 - 25}$$

### 2.2

Effectuer et réduire :

$$1) \frac{a + 7}{a - 1} \cdot \frac{a^2 - 1}{2a + 14}$$

$$6) \frac{9x^2 - 4}{3x^2 - 5x + 2} \cdot \frac{9x^4 - 6x^3 + 4x^2}{27x^4 + 8x}$$

$$2) \frac{x + 5}{7} \div \frac{2x + 10}{x - 8}$$

$$7) \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 1} \cdot \frac{2x - 2}{x - 3}$$

$$3) (x + y) \div \frac{x + y}{x - y}$$

$$8) \frac{6x^2 - 5x - 6}{x^2 - 4} \div \frac{2x^2 - 3x}{x + 2}$$

$$4) \frac{z^2 + z}{z - 1} \cdot \frac{z - z^2}{z^3}$$

$$9) \frac{5u^2 + 12u + 4}{u^4 - 16} \cdot \frac{u^2 - 2u}{25u^2 + 20u + 4}$$

$$5) \frac{x + 2}{2x - 3} \div \frac{x^2 - 4}{2x^2 - 3x}$$

### 2.3

Effectuer et réduire :

$$1) \frac{x}{x + 3} + \frac{x + 6}{x + 3}$$

$$6) \frac{x}{x + 1} + \frac{1}{x - 1} - \frac{2x}{x^2 - 1}$$

$$2) \frac{x}{x + 3} - \frac{x + 6}{x + 3}$$

$$7) \frac{x - 3}{x + 3} - \frac{2x}{x^2 + 5x + 6}$$

$$3) \frac{6}{x^2 - 4} - \frac{3x}{x^2 - 4}$$

$$8) \frac{1}{m} - \frac{m}{m^2 - 1} - \frac{2m + 1}{m - m^3}$$

$$4) \frac{2}{3x + 1} + \frac{9}{(3x + 1)^2}$$

$$9) \frac{2y + 1}{y^2 + 4y + 4} - \frac{6y}{y^2 - 4} + \frac{3}{y - 2}$$

$$5) \frac{5}{a} - \frac{2a - 1}{a^2} + \frac{a + 5}{a^3}$$

$$10) \frac{13 - 5x}{6x^2 - 6} + \frac{3x}{x + 1} - \frac{3x - 5}{3x - 3}$$

**2.4**

Effectuer et réduire :

$$1) \left( \frac{z+2}{z} - \frac{2}{z^2+z} \right) \left( \frac{1}{z} + 1 \right)$$

$$2) \left[ \left( x + \frac{2x}{x-2} \right) \left( \frac{2x}{x-2} - 2 \right) \right] \div \frac{4x^2}{x^2-4}$$

$$3) \left( \frac{1}{u} - \frac{2}{u^2} - \frac{3}{u^3} \right) \div \left( \frac{1}{u^2} - 1 \right)$$

$$4) \frac{2x-1}{x+y} \cdot \frac{x^2-y^2}{4x^2-1} \cdot \left( 1 - \frac{2x}{2x-1} + \frac{1}{2x+1} \right)$$

**2.5**

Soit la formule de la loi de gravitation de Newton

$$F = G \cdot \frac{mM}{d^2}$$

où  $F$  est la force de gravitation,  $G$  la constante gravitationnelle,  $m$  et  $M$  les masses des deux corps et  $d$  la distance entre les centres de gravité de ces corps.

- 1) Exprimer  $m$  en fonction de  $F$ ,  $G$ ,  $M$  et  $d$ .
- 2) Exprimer  $d$  en fonction de  $F$ ,  $G$ ,  $m$  et  $M$ .

**2.6**

On rencontre en mécanique les formules  $W = Fs$ ,  $P = \frac{W}{t}$  et  $s = vt$ .  
Exprimer  $P$  en fonction de  $F$  et  $v$ .

**2.7**

On rencontre en mécanique les formules  $E = mgh$  et  $E = \frac{1}{2}mv^2$ .  
Exprimer  $v$  en fonction de  $g$  et  $h$ .

**2.8**

Résoudre les équations suivantes après avoir déterminé leur ensemble de définition.

$$1) \frac{x-1}{2x-1} = \frac{3x-5}{4x-2}$$

$$4) \frac{x}{x-1} = \frac{3x-4}{(x-1) \cdot (x-2)}$$

$$2) \frac{x^2+x+1}{2x+2} = x$$

$$5) \frac{750}{x} + 6 = \frac{720}{x-5}$$

$$3) \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+3} + \frac{3}{4} = 0$$

$$6) \frac{x}{x-6} - \frac{1}{2} = \frac{x}{6} + \frac{x+6}{6-x}$$

**2.9**

Résoudre les équations ci-dessous :

1)  $\frac{x-4}{x+8} = 0$

2)  $\frac{g^2 - 5g}{g^2 - 8g + 15} = 0$

3)  $\frac{2x^3 - 8x^2 - 10x}{x-5} = 5x$

4)  $\frac{x+1}{x} - 2x = \frac{x-1}{x}$

5)  $\frac{z}{z-3} - \frac{2}{2-z} = \frac{3}{z^2 - 5z + 6}$

6)  $\frac{4x}{x+3} - \frac{x}{x-3} = -\frac{12}{x^2 - 9}$

7)  $\frac{t}{t-2} - \frac{2}{t+2} = \frac{8}{t^2 - 4}$

8)  $\frac{x+4}{x} - \frac{1}{x+4} = \frac{4}{x^2 + 4x}$

9)  $\frac{1}{x^2 - x} + \frac{5}{x^2 + x} = \frac{4}{x^2 - 1}$

**2.10**

Résoudre les systèmes d'équations :

1)  $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 0 \end{cases}$

2)  $\begin{cases} 5x - 2y = 5 \\ 3x - y = 10 \end{cases}$

3)  $\begin{cases} 6x + 4 = -6y \\ 1 - x = 6y \end{cases}$

4)  $\begin{cases} 2x - 4y = 2 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$

5)  $\begin{cases} 2x + 4y = 5 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$

6)  $\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 5x + 6y = 10 \end{cases}$

**2.11**

Résoudre les systèmes linéaires ci-dessous :

1)  $\begin{cases} 12x - 5y = 29 \\ 4x - 3y = 11 \end{cases}$

2)  $\begin{cases} x + y = 19 \\ 2x - 3y = 11 \end{cases}$

3)  $\begin{cases} 12x + 11y = 6 \\ 3y - 2x = 24 \end{cases}$

4)  $\begin{cases} 72x + 14y = 330 \\ 63x + 7y = 273 \end{cases}$

5)  $\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 3y + 10x = 40 \end{cases}$

6)  $\begin{cases} 21x + 8y + 66 = 0 \\ 28x - 23y - 13 = 0 \end{cases}$

7)  $\begin{cases} 2x + 3y + 2z = 41 \\ 8x + 5y = 31 \\ 7y = 21 \end{cases}$

8)  $\begin{cases} 2x - 3y + 2z = 41 \\ 5x + 3y = 10 - z \\ 9x = 27 \end{cases}$

9)  $\begin{cases} 7x - 4y - 5z = 56 \\ 3y - 2z = 13 \\ 5x - 3y = 22 \end{cases}$

10)  $\begin{cases} x + y + z = 25 \\ x - y + z = 5 \\ x + 2z = 2y - 10 \end{cases}$

$$11) \begin{cases} x - y - z = 6 \\ x - 2y - 3z = 10 \\ 5x + 6y + z = 2 \end{cases}$$

$$14) \begin{cases} 2x + 3y + 4z = 47 \\ 3x + 5y - 4z = 2 \\ 4x + 7y - 2z = 31 \end{cases}$$

$$12) \begin{cases} 3z - 2y - x = 17 \\ 2y + 3z - 2x = 36 \\ 5x + 2y - z = 10 \end{cases}$$

$$15) \begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x + 2y + z = 8 \\ 3x - y + 2z = 7 \end{cases}$$

$$13) \begin{cases} 3x - y + z = 29 \\ x + 3y + 30z = 6 \\ x - y + z = 17 \end{cases}$$

**2.12**

Résoudre les systèmes suivants :

$$1) \begin{cases} x + y = 9 \\ x^2 - y^2 = 9 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 2y = 23 \\ 2x - y = -4 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{11}{10} \\ x + y = 11 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x^2 + y^2 - 8x - 8y = 193 \\ x^2 + y^2 + 12x - 8y = -27 \end{cases}$$

**2.13**

Résoudre les systèmes suivants :

$$1) \begin{cases} 2xy - 3y = 3 \\ y^2 - 4xy = -15 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^2 + y^2 = 34 \\ xy - (x + y) = -13 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{5}{6} \\ x + y = 30 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 2 \\ xy + 1 = 0 \end{cases}$$

**2.14**

Une personne échange des pièces de 2 francs contre des pièces de 5 francs. Pour la même somme, elle a alors 102 pièces de moins qu'auparavant. Quelle est cette somme ?

**2.15**

Une bouteille et son bouchon coûtent 105 francs. La bouteille coûte 100 francs de plus que le bouchon. Quel est le prix du bouchon ? Quel est le prix de la bouteille ?

**2.16**

La relation entre la température  $c$  sur l'échelle Celsius et la température  $f$  sur l'échelle Fahrenheit est donnée par  $c = \frac{5}{9} \cdot (f - 32)$ .

- 1) Donner la température qui s'exprime par le même nombre dans les deux échelles.
- 2) Pour quelle température le nombre lu sur l'échelle de Fahrenheit est-il le double du nombre lu sur l'échelle de Celsius ?

**2.17**

Jean dit à Pierre : "Donne-moi cinq de tes billes et nous en aurons autant l'un que l'autre".  
Celui-ci répond : "Donne m'en dix des tiennes et j'en aurai le double de ce qu'il te restera".  
Combien chacun avait-il de billes ?

**2.18**

La somme des chiffres d'un nombre entier de trois chiffres est 18. Si l'on permute le premier chiffre(depuis la gauche) et le deuxième, le nombre augmente de 180. Si l'on permute le deuxième et le troisième chiffre, le nombre augmente de 18.  
Quel est ce nombre ?

**2.19**

Un téléphérique pratique les tarifs suivants : montée CHF 22.50, descente CHF 15.-, aller-retour CHF 30.-. Pendant une journée, on a encaissé CHF 19650.- pour 680 montées et 520 descentes. Combien de billets de chaque sorte ont-ils été vendus ?

**2.20**

Un capital de CHF 330740.- est divisé en trois parts placées à 4%, 5% et 6%. Après une année, on ajoute les intérêts à chaque part et on remarque qu'on obtient trois fois la même somme.  
Quelles étaient les parts initiales ?

**2.21**

Un libraire détient un certain stock d'un ouvrage. S'il vendait chaque exemplaire à 8 francs, il ferait un bénéfice de 90 francs. Mais, obligé de liquider le stock à moitié prix, il perd au contraire 90 francs.  
Combien d'exemplaires de cet ouvrage détient-il ?

**2.22**

Les diagonales d'un losange diffèrent de 5 cm. Si l'on augmente la petite diagonale de 2 cm et que l'on diminue la grande de 3 cm, son aire diminue de  $4 \text{ cm}^2$ .  
Que mesurent les diagonales de ce losange ?

**2.23**

Le périmètre d'un triangle rectangle mesure 110 m et l'un des côtés de son angle droit, 10 m.  
Quelles sont les mesures des deux autres côtés de ce triangle ?

**2.24**

L'aire d'un champ rectangulaire est  $31280 \text{ m}^2$ . Si l'on augmentait chacune de ses dimensions de 1 m, l'aire serait augmentée de  $472 \text{ m}^2$ .  
Quelles sont les deux dimensions ?

## 2.6 Réponses

### 2.1

1)  $\frac{18b}{5a^2}$

6)  $\frac{x+4}{x-1}$

2)  $\frac{4vw}{u}$

7)  $\frac{1-x}{x(x+1)}$

3)  $\frac{1}{2}$

8)  $\frac{3(z-4)}{2(z-3)}$

4)  $-\frac{2}{3}$

9)  $\frac{x^2+5x+25}{x+5}$

5)  $\frac{a+b}{a-b}$

### 2.2

1)  $\frac{a+1}{2}$

6)  $\frac{x}{x-1}$

2)  $\frac{x-8}{14}$

7)  $\frac{2(x-3)}{x+1}$

3)  $x-y$

8)  $\frac{2+3x}{x(x-2)}$

4)  $-\frac{z+1}{z}$

5)  $\frac{x}{x-2}$

9)  $\frac{u}{(u^2+4)(2+5u)}$

### 2.3

1) 2

6)  $\frac{x-1}{x+1}$

2)  $\frac{-6}{x+3}$

7)  $\frac{x^2-3x-6}{(x+2)(x+3)}$

3)  $\frac{-3}{x+2}$

8)  $\frac{2}{(m+1)(m-1)}$

4)  $\frac{6x+11}{(3x+1)^2}$

9)  $-\frac{y+5}{(y+2)^2}$

5)  $\frac{3a^2+2a+5}{a^3}$

10)  $\frac{12x^2-19x+23}{6(x+1)(x-1)}$

**2.4**

1)  $\frac{z+3}{z}$

3)  $\frac{u-3}{u(1-u)}$

2)  $\frac{x+2}{x-2}$

4)  $-\frac{2(x-y)}{(2x+1)^2(2x-1)}$

2.5 1)  $m = \frac{Fd^2}{MG}$

2)  $d = \sqrt{\frac{GmM}{F}}$

2.6  $P = Fv$

2.7  $v = \sqrt{2gh}$

**2.8**

1)  $ED = \{x \neq \frac{1}{2}\}; S = \{3\}$

2)  $ED = \{x \neq -1\}; S = \{\frac{-1-\sqrt{5}}{2}, \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\}$

3)  $ED = \{x \neq -3 \text{ et } x \neq -1\}; S = \{-5, -\frac{5}{3}\}$

4)  $ED = \{x \neq 1 \text{ et } x \neq 2\}; S = \{4\}$

5)  $ED = \{x \neq 0 \text{ et } x \neq 5\}; S = \{-25, 25\}$

6)  $ED = \{x \neq 6\}; S = \{-3, 18\}$

**2.9**

1)  $S = \{4\}$

5)  $S = \{-3\}$

2)  $S = \{0\}$

6)  $S = \{1; 4\}$

3)  $S = \{0; \frac{3}{2}\}$

7)  $S = \emptyset$

8)  $S = \{-3\}$

4)  $S = \{-1; 1\}$

9)  $S = \{2\}$

**2.10**

1)  $S = \{(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})\}$

2)  $S = \{(15; 35)\}$

3)  $S = \{(-1; \frac{1}{3})\}$

4)  $S = \{(2t+1; t), t \in \mathbb{R}\}$

5)  $S = \emptyset$

6)  $S = \{(2; 0)\}$

**2.11**

- 1)  $S = \{(2; -1)\}$
- 2)  $S = \left\{\left(\frac{68}{5}; \frac{27}{5}\right)\right\}$
- 3)  $S = \left\{\left(-\frac{123}{29}; \frac{150}{29}\right)\right\}$
- 4)  $S = \{(4; 3)\}$
- 5)  $S = \{(9/2; -5/3)\}$
- 6)  $S = \{(-2; -3)\}$
- 7)  $S = \{(2; 3; 14)\}$
- 8)  $S = \{(3; -5; 10)\}$
- 9)  $S = \{(5; 1; -5)\}$
- 10)  $S = \{(20; 10; -5)\}$
- 11)  $S = \{(3; -2; -1)\}$
- 12)  $S = \left\{\left(\frac{28}{15}; \frac{313}{60}; \frac{293}{30}\right)\right\}$
- 13)  $S = \{(6; -10; 1)\}$
- 14)  $S = \left\{\left(-\frac{39}{5}; 11; \frac{37}{5}\right)\right\}$
- 15)  $S = \{(1; 2; 3)\}$

**2.12**

- 1)  $S = \{(5; 4)\}$
- 2)  $S = \{(1; 10); (10; 1)\}$
- 3)  $S = \{(-3; -2); (1; 6)\}$
- 4)  $S = \{(-11; 4)\}$

**2.13**

- 1)  $S = \{(2; 3)\}$
- 2)  $S = \{(-60; 90); (18; 12)\}$
- 3)  $S = \{(-5; 3); (3; -5); (2 + \sqrt{13}; 2 - \sqrt{13}); (2 - \sqrt{13}; 2 + \sqrt{13})\}$
- 4)  $S = \{(-1; 1); (1; -1)\}$

**2.14**

La somme est égale à 340 francs.

**2.15**

La bouteille coûte 102.50 francs et le bouchon coûte 2.50 francs.

**2.16**

- 1)  $-40$
- 2)  $160\text{ }^\circ\text{C}$

**2.17**

Jean avait 40 billes et Pierre avait 50 billes.

**2.18**

Le nombre est 468.

**2.19**

220 montées, 60 descentes et 460 aller-retour.



**2.20**

CHF 111300.- ; CHF 110240.- ; CHF 109200.-

**2.21**

Il détient 45 ouvrages.

**2.22**

Les diagonales de ce losange mesurent 12 cm et 17 cm.

**2.23**

Les deux autres côtés du triangle mesurent 49.5 m et 50.5 m.

**2.24**

Les deux dimensions sont 391 m et 80 m.