Chapitre 3

Droites du plan

Dans ce chapitre et le suivant, on utilisera un repère $\mathcal{R} = (O; \overrightarrow{e_1}; \overrightarrow{e_2})$ **othonormé** du plan, soit un repère dont la base associée $\mathcal{B} = (\overrightarrow{e_1}; \overrightarrow{e_2})$ est orthonormée. $\mathcal{B}$ satisfait donc les propriétés suivantes : $\overrightarrow{e_1} \perp \overrightarrow{e_2}$ et $\|\overrightarrow{e_1}\| = \|\overrightarrow{e_2}\| = 1$.

3.1 Rappels en géométrie vectorielle plane

Composantes d'un vecteur

$$\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = v_1\overrightarrow{e_1} + v_2\overrightarrow{e_2}$$

Coordonnées d'un point

$$A(a_1; a_2) \iff \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

Règle de Chasles

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 \end{pmatrix}$$

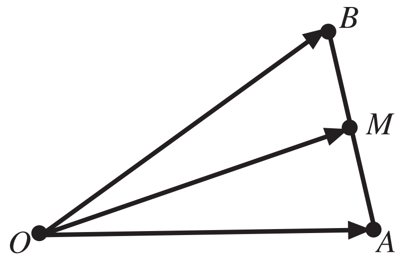
Vecteurs colinéaires

Soit $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ deux vecteurs non nuls.

$$\overrightarrow{v} \text{ et } \overrightarrow{w} \text{ colinéaires (de même direction)} \iff \overrightarrow{w} = k\,\overrightarrow{v}, k \in \mathbb{R}$$

Milieu d'un segment

Soit $A(a_1; a_2), B(b_1; b_2)$ et M le milieu d'un segment AB.



- **Méthode vectorielle** :

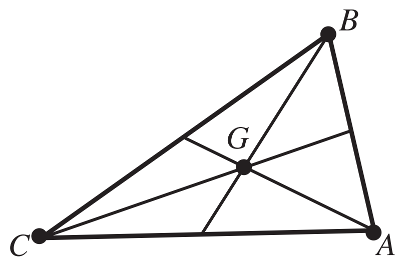
$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$$

- **Méthode analytique**

$$M\left(\frac{a_1+b_1}{2}; \frac{a_2+b_2}{2}\right)$$

Centre de gravité d'un triangle

Soit $A(a_1; a_2), B(b_1; b_2), C(c_1; c_2)$ et G le centre de gravité d'un triangle ABC.



- **Méthode vectorielle** :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$$

- **Méthode analytique** :

$$G\left(\frac{a_1+b_1+c_1}{3}; \frac{a_2+b_2+c_2}{3}\right)$$

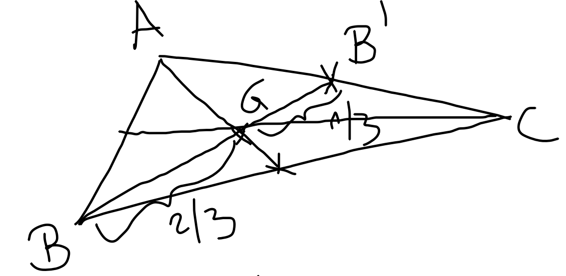
Exemple 3.1.

Relativement à un repère du plan, le triangle ABC est donné par son sommet $A(2; -3)$, le milieu $B'(4; 1)$ de son côté AC, ainsi que par son centre de gravité $G(0; 2)$.

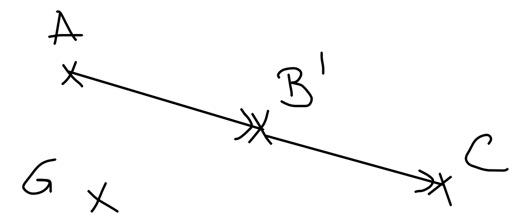
Calculer les coordonnées de ses sommets B et C.

page suivante

Exple 3.1 p.70



$A(2;-3)$ $B'(4;1)$ $G(0;2)$



1) $2\cdot\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AC}$ avec $C(c_1,c_2)$

$$2\cdot\begin{pmatrix}4-2\\1+3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}c_1-2\\c_2+3\end{pmatrix}$$

$$2\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}c_1-2\\c_2+3\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}4\\8\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}c_1-2\\c_2+3\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases}4 = c_1-2 & \Leftrightarrow c_1=6\\ 8 = c_2+3 & \Leftrightarrow c_2=5\end{cases} \Rightarrow C(6;5)$$

2) $G(0;2) = \left(\dfrac{2+b_1+6}{3} ; \dfrac{-3+b_2+5}{3}\right)$ avec $B(b_1,b_2)$

$$= \left(\frac{8+b_1}{3} ; \frac{2+b_2}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases}0 = \dfrac{8+b_1}{3} & \Leftrightarrow b_1 = -8\\ 2 = \dfrac{2+b_2}{3} & \Leftrightarrow 6 = 2+b_2 \Leftrightarrow b_2 = 4\end{cases} \Rightarrow B(-8;4)$$