

4.8 Exercices

4.1

Établir le tableau des signes des fonctions suivantes.

a) $f(x) = 2x + 4$

c) $f(x) = -5x - 10$

b) $f(x) = 4 - 2x$

d) $f(x) = -(7 - 2x) - 8$

4.2

Établir le tableau des signes des fonctions suivantes.

a) $f(x) = -5x^2 + 60x - 180$

c) $f(x) = -4x^2 - 80x - 391$

b) $f(x) = -8x^2 + 48x - 82$

d) $f(x) = 2x^2 + 5x - 3$

4.3

Établir le tableau des signes des fonctions suivantes.

a) $f(x) = (2 - x)(x + 3)(x - 4)$

d) $f(x) = -(2 - x)^2(x + 3)$

b) $f(x) = (x - 2)^2(x + 3)$

e) $f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$

c) $f(x) = (x - 2)^2(x + 3)^2$

f) $f(x) = (x^3 - x^2 + x) \cdot (2 - x)$

4.4

Etablir le tableau des signes des fonctions suivantes.

a) $f(x) = \frac{x - 6}{x + 3}$

d) $f(x) = \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 4}$

b) $f(x) = \frac{x - 6}{(x + 3)^2}$

e) $f(x) = \frac{3}{(x - 1)^2}$

c) $f(x) = \frac{(x - 1)(x + 2)}{x}$

f) $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 + x - 6}$

4.5

Donner le tableau des signes des fonctions suivantes.

a) $f(x) = \frac{-2x + 1}{x + 3}$

d) $f(x) = \frac{6x^2 - x^3}{x + 1}$

b) $f(x) = \frac{2x(2x - 3)^2}{(x - 1)^3}$

e) $f(x) = \frac{(x - 11)^3}{-x^2 - 10x - 25}$

c) $f(x) = 5 - \frac{125}{x^2}$

f) $f(x) = \frac{-6x^2 + 12x - 6}{(x^2 - 2x)^2}$

4.6

Résoudre les inéquations suivantes.

a) $2x + 5 \geq 1$

d) $-(7 - 2x) - 8 > 0$

b) $5 - 2x \geq 1$

e) $1 - 3x \leq \frac{1}{3}x + 2$

c) $-4a - 5 < a + 5$

f) $3(1 - x) > \frac{2}{5}x$

4.7

Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation proposée dans chacun des exercices ci-dessous.

a) $-3x^2 - 42x - 147 \geq 0$

f) $-x^2 - 6x - 9 \geq 0$

b) $-4x^2 + 24x - 42 < 0$

g) $-x^2 + 14x - 48 > 0$

c) $-3x^2 + 8x + 3 < 0$

h) $-5x^2 + 30x - 40 > 0$

d) $x^2 + 10x + 25 > 0$

i) $-5x^2 - 20x - 20 > 0$

e) $4x^2 > 0$

j) $-3x^2 + 42x - 147 \geq 0$

4.8

Résoudre les inéquations suivantes.

a) $x^3 - 4x^2 + x + 6 > 0$

c) $x^3 - x^2 - x + 1 \leq 0$

b) $x^5 - 5x^3 + 4x \leq 0$

d) $(x - 2) \cdot (x^2 + 6x - 1) > (x^2 - 4) \cdot (x^2 + 1)$

4.9

Résoudre les inéquations suivantes.

a) $\frac{x^2 - 4}{x^2 - x} > 0$

h) $\frac{13}{2x + 1} \geq 9 - \frac{38}{4 - x}$

b) $\frac{x(2x - 3)^2}{x^2 - 4} < 0$

i) $\frac{x - 3}{-x^2 + x - 2} > 0$

c) $\frac{4x^2 + 4x + 1}{x^2 - 1} > 3$

j) $\frac{1}{x} \geq x$

d) $\frac{2}{x^2} \geq 1 - x$

k) $\frac{13}{2 - x} \leq 7 - \frac{4}{3x + 1}$

e) $\frac{x - 3}{x^2 - 3x + 2} > 0$

l) $\frac{x}{3x - 4} \geq \frac{1}{4}$

f) $\frac{3x^2 - 7x - 20}{x^2 + 4x - 12} \leq 0$

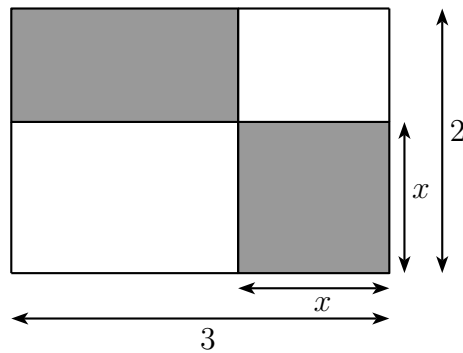
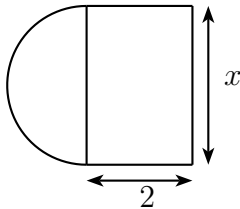
m) $\frac{1}{x + 1} \leq \frac{x}{(x - 2)(x + 3)}$

g) $\frac{x + 1}{x - 1} \leq \frac{x - 1}{x + 1}$

n) $\frac{6}{4 - x} - \frac{1}{1 - x} \leq 1$

4.10

Pour quelle valeur de x le carré grisé a-t-il une aire supérieure à celle du rectangle grisé ?

**4.11**

Pour quelles valeurs de x l'aire du rectangle est-elle plus grande que celle du demi-disque ?

4.12

Les bergers allemands peuvent faire des sauts leur permettant de franchir des murs de plus de 3 mètres de hauteur. Supposons que la hauteur h (en m) au-dessus du sol du berger allemand t secondes après le début de son saut est donnée par

$$h(t) = -5t^2 + 8t$$

- Calculer la hauteur maximale sautée par le berger allemand.
- Calculer l'intervalle de temps (en s) pendant lequel le chien est à 2.75 m et plus au-dessus du sol.

4.13

Pour une petite voiture d'une marque donnée, le rayon d'action M (nombre de kilomètres parcourus) avec 4 litres d'essence est lié à sa vitesse v (en km/h) par la formule

$$M(v) = -\frac{1}{30}v^2 + \frac{5}{2}v \quad \text{pour } 0 < v < 60$$

- Calculer le rayon d'action maximal de la voiture.
- Pour quel intervalle de vitesses (en km/h) le rayon d'action de la voiture est-il supérieur ou égal à 45 km ?

4.14

Pour une population particulière de saumons, la relation entre le nombre S de poissons qui fraient et le nombre R de poissons qui naissent de la fraie et qui survivent jusqu'à l'âge adulte est donnée par la formule

$$R(S) = \frac{4500S}{S + 500}$$

- a) Esquisser le graphe de la fonction qui associe au nombre de poissons qui fraient S le nombre de jeunes poissons qui survivent R pour $S \leq 6'000$.
- b) Pour quel intervalle de populations S a-t-on $R > S$? Faire ressortir le résultat sur le graphique du point a).

4.9 Réponses

4.1

a)

x	-2
$f(x)$	$- \quad \emptyset \quad +$

c)

x	-2
$f(x)$	$+ \quad \emptyset \quad -$

b)

x	2
$f(x)$	$+ \quad \emptyset \quad -$

d)

x	$\frac{15}{2}$
$f(x)$	$- \quad \emptyset \quad +$

4.2

a)

x	6
$f(x)$	$- \quad \emptyset \quad -$

c)

x	$-\frac{23}{2}$	$-\frac{17}{2}$
$f(x)$	$- \quad \emptyset \quad +$	$\emptyset \quad -$

b) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) < 0$.

d)

x	-3	$\frac{1}{2}$
$f(x)$	$+ \quad \emptyset \quad -$	$\emptyset \quad +$

4.3

a)

x	-3	2	4
$f(x)$	$+ \quad \emptyset \quad -$	$\emptyset \quad +$	$\emptyset \quad -$

d)

x	-3	2
$f(x)$	$+ \quad \emptyset \quad -$	$\emptyset \quad -$

b)

x	-3	2
$f(x)$	$- \quad \emptyset \quad +$	$\emptyset \quad +$

e)

x	-2	-1	1
$f(x)$	$- \quad \emptyset \quad +$	$\emptyset \quad -$	$\emptyset \quad +$

c)

x	-3	2
$f(x)$	$+ \quad \emptyset \quad +$	$\emptyset \quad +$

f)

x	0	2
$f(x)$	$- \quad \emptyset \quad +$	$\emptyset \quad -$

4.4

a)

x	-3	6
$f(x)$	$+ \quad \parallel \quad -$	$\emptyset \quad +$

d)

x	-2	2	3
$f(x)$	$+ \quad \parallel \quad -$	$\parallel \quad +$	$\emptyset \quad +$

b)

x	-3	6
$f(x)$	$- \quad \parallel \quad -$	$\emptyset \quad +$

e)

x	1
$f(x)$	$+ \quad \parallel \quad +$

c)

x	-2	0	1
$f(x)$	$- \quad \emptyset \quad +$	$\parallel \quad -$	$\emptyset \quad +$

f)

x	-3	2	5
$f(x)$	$+ \quad \parallel \quad +$	$\parallel \quad -$	$\emptyset \quad +$

4.5

a)

x	-3	0.5
$f(x)$	$- \quad \parallel \quad +$	$\emptyset \quad -$

d)

x	-1	0	6
$f(x)$	$- \quad \parallel \quad +$	$\emptyset \quad +$	$\emptyset \quad -$

b)

x	0	1	1.5
$f(x)$	$+ \quad \emptyset \quad -$	$\parallel \quad +$	$\emptyset \quad +$

e)

x	-5	11
$f(x)$	$+ \quad \parallel \quad +$	$\emptyset \quad -$

c)

x	-5	0	5
$f(x)$	$+ \quad \emptyset \quad -$	$\parallel \quad -$	$\emptyset \quad +$

f)

x	0	1	2
$f(x)$	$- \quad \parallel \quad -$	$\emptyset \quad -$	$\parallel \quad -$

4.6

- a) $S = [-2; +\infty[$
 b) $S =]-\infty; 2]$
 c) $S =]-2; +\infty[$
 d) $S =]\frac{15}{2}; +\infty[$
 e) $S = [-\frac{3}{10}; +\infty[$
 f) $S =]-\infty; \frac{15}{17}[$

4.7

- a) $S = \{-7\}$
 b) $S = \mathbb{R}$
 c) $S =]-\infty; -\frac{1}{3}[\cup]3; +\infty[$
 d) $S =]-\infty; -5[\cup]-5; +\infty[$
 e) $S =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$
 f) $S = \{-3\}$
 g) $S =]6; 8[$
 h) $S =]2; 4[$
 i) $S = \emptyset$
 j) $S = \{7\}$

4.8

- a) $S =]-1; 2[\cup]3; +\infty[$
 b) $S =]-\infty; -2] \cup [-1; 0] \cup [1; 2]$
 c) $S =]-\infty; -1] \cup \{1\}$
 d) $S =]-3; 1[\cup]1; 2[$

4.9

- a) $S =]-\infty; -2[\cup]0; 1[\cup]2; +\infty[$
 b) $S =]-\infty; -2[\cup]0; \frac{3}{2}[\cup]\frac{3}{2}; 2[$
 c) $S =]-\infty; -2[\cup]-2; -1[\cup]1; +\infty[$
 d) $S = [-1; 0[\cup]0; +\infty[$
 e) $S =]1; 2[\cup]3; +\infty[$
 f) $S =]-6; -\frac{5}{3}] \cup]2; 4]$
 g) $S =]-\infty; -1[\cup [0; 1[$
 h) $S =]-\frac{1}{2}; 4[$
 i) $S =]-\infty; 3[$
 j) $S =]-\infty; -1] \cup]0; 1]$
 k) $S =]-\infty; -\frac{1}{3}[\cup]2; +\infty[$
 l) $S =]-\infty; -4] \cup]\frac{4}{3}; +\infty[$
 m) $S =]-3; -1[\cup]2; +\infty[$
 n) $S =]-\infty; 1[\cup]4; +\infty[$

4.10

$$\frac{6}{5} < x \leq 2$$

4.11

$$0 < x < \frac{16}{\pi}$$

4.12

a) 3.2 m ; 2) $[0.5; 1.1]$

4.13

a) 46.875 km ; b) $[30; 45]$

4.14

b) $]0; 4'000[$