4.5 Exercices

4.1

a) Exprimer les fonctions trigonométriques des angles $135°$, $320°$ et $-160°$ à l'aide des rapports trigonométriques du triangle rectangle.

b) Donner les expressions suivantes en fonction de t uniquement :

1) $\cos(270° + t)$
2) $\sin(-t - 270°)$
3) $\sin(t - 270°)$
4) $\cos(t - 270°)$
5) $\cos(-\frac{19\,\pi}{2} - t)$

4.2

Résoudre dans $[0; 360°[$ les équations suivantes.

a) $\cos(t) = -\frac{1}{2}$

b) $\sin(t) = 0.829$

c) $\cos(t) = -1.43$

d) $\sin(t) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

4.3

Est-il possible de **construire** un triangle rectangle ABC dont l'hypoténuse mesure 7.5 cm et dont l'un des côtés adjacent à l'angle droit mesure 3.9 cm ?

4.4

Construire les triangles ABC dont on connaît $a = 6$ cm, $b = 5$ cm et $\beta = 45°$.

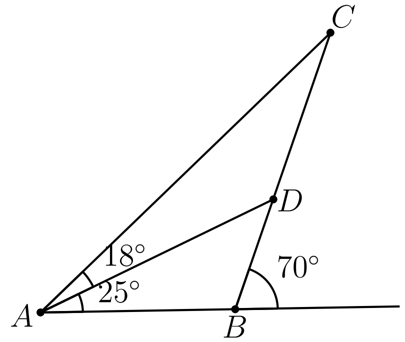
4.5

Après avoir construit chaque triangle donné par les éléments ci-dessous, le résoudre :

a) $a = 8$, $b = 11$ et $\beta = 14°$ b) $b = 11$, $c = 9$ et $\gamma = 22°$ c) $a = 11$, $c = 12$ et $\alpha = 154°$

4.6

Calculer la longueur des segments BC, BD, AD et AB, sachant que la longueur du segment AC vaut 88 cm.



4.7

Un triangle ABC est donné par $a = 26.4$, $b = 16.2$ et $c = 20.7$. Calculer le rayon du cercle circonscrit au triangle.

4.8

D'un quadrilatère convexe $ABCD$, on donne l'angle en A : $110°$, ainsi que les longueurs des quatres côtés : $AB = 3$, $BC = 6$, $CD = 6$ et $DA = 5$. Calculer l'aire et les angles du quadrilatère.

4.9

Sur la diagonale AC d'un rectangle $ABCD$, on considère un point O tel que $\widehat{BOC} = 57°$. Sachant que $AB = 36$ et $AO = 24$, calculer BC.

4.10

Dans le parallélogramme $ABCD$, on connaît $\overline{AB} = 30$, $\overline{BC} = 20$ et on sait que l'angle en B vaut $60°$. Calculer la longueur des diagonales de ce parallélogramme ainsi que l'angle déterminé par celles-ci. Trouver enfin l'aire du quadrilatère $ABCD$.

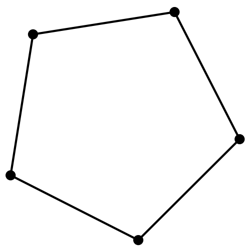
4.11

Pour déterminer l'altitude du sommet C d'une montagne, on choisit deux points A et B distants de d mètres. On mesure les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ABC}$ ainsi que l'angle d'élévation θ sous lequel on voit C depuis A. Quelle est l'altitude de C si celle de A vaut h ?

Application numérique : $d = 400$ m, $h = 1'000$ m, $\widehat{BAC} = 35°$, $\widehat{ABC} = 110°$ et $\theta = 20°$.

4.12

Le Pentagone est le plus grand bâtiment administratif au monde, si l'on considère la surface occupée. La base du bâtiment a la forme d'un pentagone régulier, dont chaque côté mesure 276 m.
Déterminer l'aire de la base du bâtiment.



4.13

Un hélicoptère est en vol stationnaire 600 m au-dessus du sommet C d'une montagne qui culmine à 1'560 m d'altitude. Du sommet C et de l'hélicoptère, on peut voir le sommet S d'un deuxième pic plus élevé. Depuis l'hélicoptère, le sommet S est vu sous un angle de dépression (angle vertical entre le rayon visuel descendant et l'horizontale) de $43°$; depuis le petit sommet C, on voit le sommet S sous un angle d'élévation (angle vertical entre le rayon visuel montant et l'horizontale) de $18°$.
Calculer la distance entre les deux sommets, ainsi que l'altitude du sommet S.

4.14

Pour calculer la distance séparant deux points A et B situés sur les rives opposées d'un fleuve, un géomètre choisit un point C situé sur la même rive à 240 m du point A. Il détermine alors que les angles $\angle BAC$ et $\angle ACB$ mesurent respectivement $63°24'$ et $54°6'$.
Calculer la distance entre les points A et B (au cm près).

4.15

Pour un observateur, la direction de visée du sommet d'un pylône fait un angle de $53.6°$ avec l'horizontale ; en reculant de 7 m sur le sol horizontal dans le plan de visée, l'angle d'élévation n'est plus que $32°$.
Quelle est la hauteur du pylône sachant que l'œil de l'observateur est à 1,7 m du sol ?

4.16

Une tour de 50 m de haut est située sur le flanc d'une colline. Depuis le pied de la tour, on descend de 220 m le long du flanc de la colline et on mesure l'angle vertical θ sous lequel on voit la tour, soit $\theta = 12.5°$.
Calculer l'angle d'inclinaison du flanc de la colline relativement à l'horizontale.

4.17

A l'origine la Tour de Pise était perpendiculaire à la surface du sol et mesurait 54 m de hauteur. Comme elle s'enfonce dans le sol (en pivotant relativement au centre de sa base que l'on suppose fixe), elle penche maintenant d'un angle θ relativement à la verticale. Lorsque le centre du haut de la tour est observé à partir d'un point du sol (plat) distant de 45 m du centre de sa base (dans le plan vertical contenant la tour penchée, du côté où penche celle-ci), l'angle d'élévation est de $53.3°$.
Calculer l'angle θ, ainsi que la distance séparant la position actuelle du centre du haut de la tour à sa position lors de l'édification de la tour.

4.18

On donne les vecteurs

$$\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \end{pmatrix}, \quad \text{et} \quad \overrightarrow{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Calculer la mesure des angles $<(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$, $<(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{d})$, $<(\overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})$, $<(\overrightarrow{b}, \overrightarrow{d})$ et $<(\overrightarrow{c}, \overrightarrow{d})$.

4.19

On donne un triangle ABC par ses sommets $A(-2;-3)$, $B(0;4)$ et $C(7;5)$.
Calculer la mesure des angles intérieurs du triangle ABC.

4.20

On donne les droites $a = AB$ et $b = CD$ par les points $A(1;5)$, $B(7;3)$, $C(2;1)$ et $D(-3;1)$.
Calculer l'angle aigu formé par les droites a et b.

4.21

On donne le quadrilatère $ABCD$ de sommets $A(-4;0)$, $B(0;5)$, $C(7;1)$ et $D(1;-2)$.
Calculer les angles intérieurs du quadrilatère et calculer son aire.

4.6 Réponses

4.1

a) $\sin(135°) = \sin(45°), \cos(135°) = -\cos(45°), \tan(135°) = -\tan(45°)$
$\sin(320°) = -\sin(40°), \cos(320°) = \cos(40°), \tan(320°) = -\tan(40°)$
$\sin(-160°) = -\sin(20°), \cos(-160°) = -\cos(20°), \tan(-160°) = \tan(20°)$

b) 1) $\cos(270° + t) = \sin(t)$
2) $\sin(-t - 270°) = \cos(t)$
3) $\sin(t - 270°) = \cos(t)$
4) $\cos(t - 270°) = -\sin(t)$
5) $\cos(-\frac{19\,\pi}{2} - t) = \sin(t)$

4.2

a) $S = \{120°; 240°\}$

b) $S = \{56°; 124°\}$

c) Pas de solution.

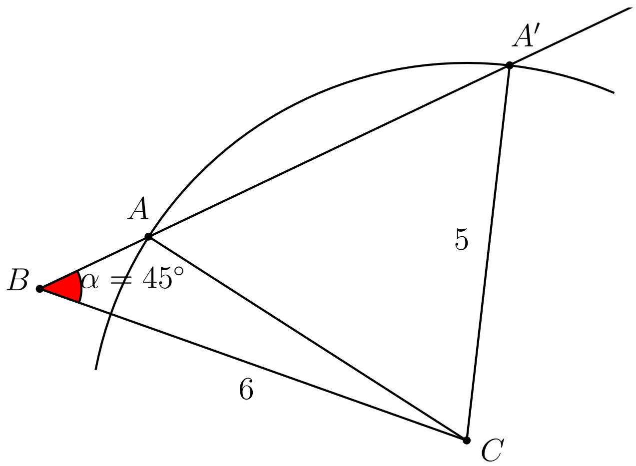
d) $S = \{240°; 300°\}$

4.3

C'est possible.

4.4

Deux triangles sont possibles:



4.5

a) $c = 18.6$, $\alpha = 10.1°$, $\gamma = 155.9°$; b) $a = 18.2/2.2$, $\alpha = 130.8°/5.3°$, $\beta = 27.3°/152.8°$; c) impossible.

4.6

$BC \simeq 63.8$ cm ; $BD \simeq 25.4$ cm ; $AD \simeq 56.5$ cm ; $AB \simeq 42.51$ cm.

4.7

Le rayon mesure 13.2.

4.8

Aire= 23.7 ; $\beta = 101.3°$; $\gamma = 67.3°$; $\delta = 81.4°$.

4.9

$BC = 15,3$

4.10

Les diagonales mesurent environ 26.46 et 43.59 unités. L'aire du parallélogramme vaut environ 519.6 unités carrées. Les angles mesurent 64.29° et 115.71°.

4.11

L'altitude du sommet C est 1224.13 m.

4.12

La surface du pentagone vaut environ 131 059 m^2.

4.13

Distance de C à S : 502 m ; altitude : 1715 m.

4.14

Distance AB : 219.17 m

4.15

Hauteur du pylône : 9.81 m

4.16

5.3°

4.17

$\theta = 5.2°$; 4.92 m

4.18

18.4° ; 90° ; 101.3° ; 71.6° ; 29.7°

4.19

$\alpha = 32.4°$; $\beta = 114.1°$; $\gamma = 33.5°$

4.20

18.4°

4.21

$\alpha = 73.1°$; $\beta = 98.9°$; $\gamma = 56.3°$; $\delta = 131.6°$

Aire : 39 [u^2]