4.8 Exercices

Les exercices 4.1 à 4.5 sont des exercices de révision

4.1

On donne $A(2;-1), B(5;3)$ et $C(-4;7)$.

a) Calculer le périmètre du triangle ABC.

b) Calculer les coordonnées du point N situé sur le segment AB à deux unités de A.

c) Calculer $2\|\overrightarrow{AC}\| + 8\|\overrightarrow{AB}\| - \overrightarrow{AC} \bullet \overrightarrow{BC}$.

4.2

On donne $A(2;-3), B(3;2)$ et $C(-2;5)$.

a) Calculer les angles du triangle ABC.

b) Calculer l'aire du triangle ABC.

4.3

On donne le quadrilatère $ABCD$ par les coordonnées de ses sommets : $A(-5;-4), B(-4;3)$, $C(5;6)$ et $D(2;-3)$.
Vérifier par calculs que les diagonales du quadrilatère $ABCD$ se coupent à angle droit, mais que ce n'est pas un losange. Calculer son aire.

4.4

Calculer l'aire du quadrilatère $ABCD$ avec $A(3;0), B(1;4), C(-5;-1)$ et $D(0;-6)$.

4.5

On donne $A(2;3), P(10;-3)$ et $Q(4;9)$. Trouver les coordonnées des points B et C de la droite PQ tels que le triangle ABC soit isocèle en A avec $\|\overrightarrow{AB}\| = \|\overrightarrow{AC}\| = 5$.

4.6

Déterminer des équations paramétrique et cartésienne de la droite p passant par le point P donné et perpendiculaire à la droite d donnée ci-dessous :

a) $P(5;2)$ $\quad (d)\ 3x - 5y + 4 = 0$

b) $P\left(-\frac{5}{3}; -\frac{9}{8}\right)$ $\quad (d)\ -4x + 5y = 0$

c) $P(8;-3)$ $\quad (d)\ \begin{cases} x = 3 + 5k \\ y = -8 + 2k \end{cases}$

4.7

Calculer l'angle aigu formé par les droites a et b dans les cas suivants :

a) $(a) : 3x - 5y + 4 = 0$ et $(b) : x + y - 2 = 0$.

b) $(a) : 2x + 3y - 7 = 0$ et $(b) : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

c) $(a) : x = 5$ et $(b) : 3x - 6y - 12 = 0$.

4.8

Relativement à un repère orthonormé du plan, on donne un rectangle par les équations de deux de ses côtés : $2x - y + 11 = 0$ et $2x - y + 1 = 0$.
On sait également que $y = 3$ est une équation de l'une de ses diagonales.
Déterminer les coordonnées des sommets de ce rectangle.

4.9

Relativement à un repère orthonormé du plan, on donne un sommet $A(6;12)$ d'un triangle ABC, ainsi que les équations des hauteurs issues de B et C

$$(h_B)\ 2x + 7y - 65 = 0 \text{ et } (h_C)\ 2x - 5y + 17 = 0$$

Calculer les coordonnées des deux autres sommets du triangle ABC.

4.10

Soit le triangle ABC de sommets $A(-2;-2), B(8;-2)$ et $C(4;4)$.
Déterminer une équation cartésienne des médiatrices du triangle ABC.
Vérifier ensuite qu'elles se croisent en un point M dont on donnera les coordonnées.
En déduire le rayon r du cercle circonscrit au triangle ABC.

4.11

Soit la droite d passant par les points $A(8;-1)$ et $B(2;7)$. Calculer les coordonnées de la projection orthogonale M du point $P(7;17)$ sur la droite d, ainsi que celles du symétrique N de P par rapport à la droite d. Calculer la distance du point P à la droite d.

4.12

Déterminer la distance du point P à la droite d dans les cas suivants :

a) $P(19;-10)$ $d = (AB)$ avec $A(-3;9)$ et $B(2;-3)$

b) $P(3;-2)$ $(d)\ 4x + 3y + 9 = 0$

c) $P(-2;-4)$ $(d)\ 5x - 12y - 12 = 0$

d) $P(2;1)$ $(d)\ y = \frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$

e) $P(5;9)$ $(d)\ \begin{cases} x = 5 + 5k \\ y = 4 - 2k \end{cases}$

4.13

Soit le triangle ABC de sommets $A(2;-3), B(3;2)$ et $C(-2;5)$.
Calculer la longueur de la hauteur du triangle ABC issue du sommet A.
En déduire l'aire du triangle ABC.

4.14

Etablir une équation cartésienne des bissectrices intérieures du triangle ABC donné par ses sommets $A(0;5), B(2;-9)$ et $C(14;3)$.
Vérifier ensuite qu'elles se croisent en un point I dont on déterminera les coordonnées.

4.15

On considère les droites a et b d'équations

$$(a) : 3x + 4y - 1 = 0 \text{ et } (b) : 5x + 12y - 2 = 0$$

a) Calculer l'angle entre ces deux droites.

b) Déterminer une équation cartésienne des bissectrices de a et b.

c) Laquelle des deux bissectrices coupe-t-elle l'angle aigu formé par ces deux droites ?

4.16

On donne les droites

$$(a)\ x + 7y - 23 = 0 \text{ et } (b)\ x - y + 9 = 0$$

ainsi que deux points $A(3; 0)$ et $B(-9; 6)$.
Déterminer les coordonnées des points P et Q qui sont à égale distance des droites a et b, ainsi que des points A et B .

4.17

Relativement à un repère orthonormé du plan, on considère le trapèze $ABCD$ **rectangle en *A* et *D*** (les angles en A et en D sont droits) donné par

- Les coordonnées du sommet A : $A(-7; -1)$
- Des équations paramétriques de la droite AB : $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -1 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- Une équation cartésiennes de la droite BC : $7x + y - 30 = 0$.

On sait de plus que l'angle $\beta = \widehat{ABC}$ est aigu (donc inférieur à 90°) et que la diagonale BD est la bissectrice de l'angle β.

a) Calculer les coordonnées du sommet B.

b) Représenter graphiquement les sommets A et B, ainsi que la droite BC (unité : 1 carré).

c) Déterminer une équation cartésienne de la diagonale BD du trapèze $ABCD$ et la représenter graphiquement.

d) Calculer les coordonnées des sommets C et D du trapèze $ABCD$.

4.18

On donne deux points $A(-5; 2)$ et $B(15; -2)$ et la droite $(d)\ 2x - 3y + 3 = 0$.
Calculer les coordonnées du point C de la droite d tel que d soit la bissectrice de l'angle $\widehat{ACB}$.