

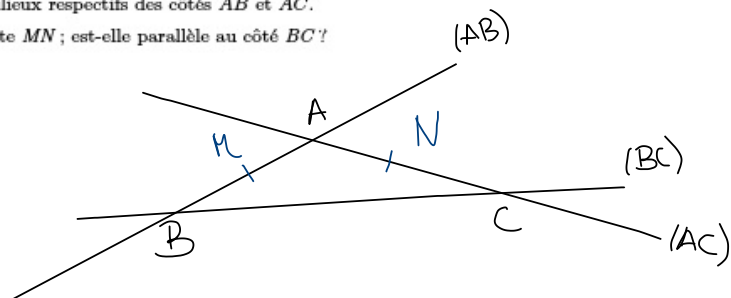
Les supports des côtés d'un triangle ABC sont les droites d'équations :

$$(AB) \ 3x + y - 11 = 0 \quad / \quad (AC) \ \begin{cases} x = 2 - k \\ y = 1 + k \end{cases} \quad / \quad (BC) \ 3x + 2y - 13 = 0$$

$$(AC) : x + y = 3$$

- a) Calculer les coordonnées des sommets A, B et C du triangle ABC .
 b) Calculer les coordonnées des points M et N milieux respectifs des côtés AB et AC .
 c) Déterminer une équation cartésienne de la droite MN ; est-elle parallèle au côté BC ?

croquis



$$a) \ A = (AB) \cap (AC) : \begin{cases} 3x + y = 11 \\ x + y = 3 \end{cases} \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot (-1) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 2x = 8 \\ x = 4 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 4 + y = 3 \\ y = -1 \end{array}$$

$$\Rightarrow A(4; -1)$$

De même pour $B(3; 2)$ et $C(7; -4)$

$$b) \ M\left(\frac{4+3}{2}; \frac{-1+2}{2}\right) = M\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

$$N\left(\frac{4+7}{2}; \frac{-1-4}{2}\right) = N\left(\frac{11}{2}; -\frac{5}{2}\right)$$

$$c) \ \vec{MN} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} \Rightarrow -3x - 2y + c = 0$$

$$\Rightarrow -3\left(\frac{7}{2}\right) - 2\left(\frac{1}{2}\right) + c = 0$$

$$\Rightarrow c = \frac{23}{2}$$

$$\Rightarrow -3x - 2y + \frac{23}{2} = 0 \quad | \cdot 2$$

$$\Rightarrow -6x - 4y + 23 = 0$$

$$\vec{BC} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} \sim \vec{MN} \Rightarrow \text{oui les droites sont parallèles.}$$