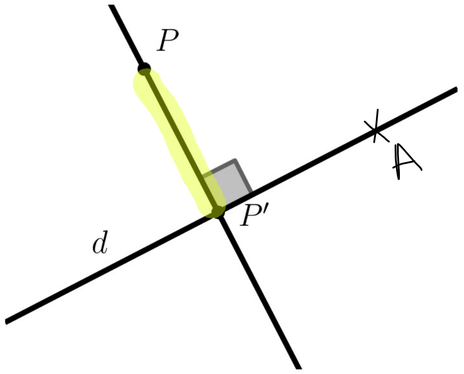
4.6 Distance d'un point à une droite



La distance $\delta(P;d)$ d'un point P à une droite d est la distance entre les points P et P', où P' est la projection orthogonale du point P sur la droite d (soit le pied de la perpendiculaire à d passant par P).

Calcul de la distance d'un point à une droite

1) Soit la droite d d'équation cartésienne $ax + by + c = 0$.

La distance d'un point $P(p_1;p_2)$ à la droite d est donnée par

valeur absolue

$$\delta(P;d) = \frac{|ap_1 + bp_2 + c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

2) Soit $A \in d$

$$\delta(P;d) = \frac{|\vec{AP} \cdot \vec{n}|}{\|\vec{n}\|}$$

Exemple 4.7.

On donne le point $M(-2;1)$ et les droites d et e d'équations respectives

$$(d) \quad 3x - 4y + 1 = 0 \qquad \text{et} \qquad (e) \begin{cases} x = 1 + 12k \\ y = 2 - 5k \end{cases} \quad \begin{vmatrix} \cdot 5 \\ 12 \end{vmatrix}$$

Calculer $\delta(M;d)$ et $\delta(M;e)$.

1) $\delta(M;d) = \dfrac{|3\cdot(-2) - 4\cdot 1 + 1|}{\sqrt{9+16}} = \dfrac{|-9|}{5} = \dfrac{9}{5}$ u

2) e passe par $A(1;2)$ et a comme vecteur directeur $\vec{e} = \begin{pmatrix} 12 \\ -5 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow \vec{n_e} = \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}$, $\vec{AM} = \begin{pmatrix} -2-1 \\ 1-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\delta(M;e) = \dfrac{|\vec{AM} \cdot \vec{n_e}|}{\|\vec{n_e}\|} = \dfrac{|-15-12|}{\sqrt{25+144}} = \dfrac{27}{13}$ u

Variante : e en équation cartésienne : $5x + 12y = 29$

$\delta(M;e) = \dfrac{|5\cdot(-2) + 12\cdot 1 - 29|}{\sqrt{25+144}} = \dfrac{|-10+12-29|}{13} = \dfrac{27}{13}$ u