

Ex 6.12

$$a) \cos(90^\circ - \varphi) = \sin(\varphi) = \frac{|\vec{AB} \cdot \vec{n}_\pi|}{\|\vec{AB}\| \cdot \|\vec{n}_\pi\|} \quad \vec{AB} = \begin{pmatrix} 12 \\ -4 \\ -8 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{|12 + 4 + 8|}{\sqrt{144 + 16 + 64} \sqrt{1 + 1 + 1}} = \frac{24}{\sqrt{224} \sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \varphi = \sin^{-1} \left(\frac{24}{\sqrt{224} \sqrt{3}} \right) \approx \underline{67,79^\circ}$$

b) Les points à égale distance de A et B sont sur le plan médiateur de [AB] :

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 12 \\ -4 \\ -8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} = \vec{n}_{M_{AB}} \Rightarrow M_{AB}: 3x - y - 2z + d = 0$$

$$M_{AB} \left(\frac{-4+8}{2}; \frac{5+1}{2}; \frac{9+1}{2} \right) = (2; 3; 5) \in M_{AB}: 3 \cdot 2 - 3 - 2 \cdot 5 + d = 0$$

$$\Leftrightarrow d = 7$$

$$\Rightarrow M_{AB}: 3x - y - 2z + 7 = 0$$

$$e = \pi \cap M_{AB}: \begin{cases} x - y - z = -3 \\ 3x - y - 2z = -7 \end{cases}$$

2 éq. à 3 inc.
(on a besoin d'un paramètre)

$$\Rightarrow \begin{cases} x = k \\ -y - z = -3 - k \\ -y - 2z = -7 - 3k \end{cases} \begin{array}{l} \cdot 2 \\ \cdot 1 \end{array} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x = k \\ -y = 1 + k \\ z = 4 + 2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k \\ y = -1 - k \\ z = 4 + 2k \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow e: \underline{\underline{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, k \in \mathbb{R}}}$$