

Géométrie

5.1 Le cercle

Equation cartésienne du cercle

$P(x, y) \in \gamma$, γ cercle de centre $C(c_1, c_2)$ et de rayon r

$$\Leftrightarrow \|\vec{CP}\| = r \Leftrightarrow \left\| \begin{pmatrix} x-c_1 \\ y-c_2 \end{pmatrix} \right\| = r$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-c_1)^2 + (y-c_2)^2} = r$$

$$\Leftrightarrow \boxed{(x-c_1)^2 + (y-c_2)^2 = r^2} \quad \heartsuit$$

équation cartésienne

Exemples :

1) γ de centre $C(2, -5)$ et $r=3$
 $(x-2)^2 + (y+5)^2 = 9$

2) γ' : $(x-1)^2 + y^2 = 25$ $C(1; 0)$
 $r=5$

$P_1(5; 3) \in \gamma'$ car $(5-1)^2 + 3^2 = 25$

$P_2(1; 5) \in \gamma'$ car $(1-1)^2 + 5^2 = 25$

$P_3(4; 4) \in \gamma'$ car $3^2 + 4^2 = 25$

$$(x-c_1)^2 + (y-c_2)^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2c_1x + c_1^2) + (y^2 - 2c_2y + c_2^2) = r^2$$

$$\Leftrightarrow \underline{x^2 + y^2 - 2c_1x - 2c_2y + c_1^2 + c_2^2 - r^2 = 0}$$

équation cart. développée
ou générale

Exemples Equation de cercle? si oui $C(c_1, c_2)$ et r

1) $x^2 + y^2 - 2xy - 2x - 2y + 44 = 0$ non

2) $x^2 + y^2 - 16x + 12y + 19 = 0$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 16x + 64) + (y^2 + 12y + 36) = -19 + 64 + 36$$

$$\Leftrightarrow (x-8)^2 + (y+6)^2 = 81$$

oui, $C(8, -6)$ et $r=9$

ex 5.1.1
5.1.2 $\rightarrow e)$