

Puissances et racines

Déf:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ fois}}$$

base \nearrow a^n \nwarrow exposant

puissance n^e de a

valable si n est un nombre entier positif non nul
 $n \in \mathbb{N}^*$

Exemples et propriétés

1) $5^2 \cdot 5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^5$

2) $(7^2)^3 = 7^2 \cdot 7^2 \cdot 7^2 = 7^6$

3) $(2a)^3 = 2a \cdot 2a \cdot 2a = 2^3 \cdot a^3$

4) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3^2}{4^2}$

5) $\frac{x^5}{x^3} = \frac{\cancel{x} \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{x} \cdot x \cdot x}{\cancel{x} \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{x}} = x^2$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n b^n$$

$\triangle ! (a+b)^n \neq a^n + b^n$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\begin{cases} \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} & n > m \\ \frac{a^n}{a^m} = \frac{1}{a^{m-n}} & n < m \end{cases}$$

Rem : si a est négatif, a^n est $\begin{cases} \text{positif} & \text{si } n \text{ est pair} \\ \text{négatif} & \text{si } n \text{ est impair} \end{cases}$

exple : $(-3)^2 = 9 = (-3)(-3)$

$$(-3)^3 = -3^3 = -27$$

\triangle $\underbrace{-3^2}_{-3 \cdot 3} = -9$

Ex 4.1.1 et 4.1.2