

Exponentielles et logarithmes

Equation exponentielle : équation dans laquelle l'inconnue apparaît en exposant.

par exple : $2^x = 8 \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow S = \{3\}$

$$4^{x^2} = \underbrace{256}_{4^4} \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (x+2)(x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \pm 2 \Rightarrow S = \{2, -2\}$$

↑ ne pas oublier

Pour résoudre, on essaie d'exprimer les deux membres de l'équation avec une puissance de même base.

On utilise ensuite la règle suivante

$$\boxed{a^x = a^y \Leftrightarrow x = y} \quad a \neq 1$$

Exemples

$$a) \quad 3^{x+2} = 81$$

$$3^{x+2} = 3^4$$

$$x+2 = 4$$

$$\Rightarrow S = \{2\}$$

$$b) \quad 8^{5x-2} = \frac{1}{2}$$

$$(2^3)^{5x-2} = 2^{-1}$$

$$2^{15x-6} = 2^{-1}$$

$$15x-6 = -1$$

$$15x = 5$$

$$x = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow S = \left\{\frac{1}{3}\right\}$$

$$c) \quad 9^{x-3} = 27^x$$

$$(3^2)^{x-3} = (3^3)^x$$

$$3^{2x-6} = 3^{3x}$$

$$2x-6 = 3x$$

$$-6 = x$$

$$\Rightarrow S = \{-6\}$$

ex 4.2.1 a) \rightarrow j)