Lien entre puissance et racine

$$\left(7^3\right)^{?} = 7 \qquad ? = \frac{1}{3}$$

$$\left(7^3\right)^{1/3} = 7^{3\cdot\frac{1}{3}} = 7^1 = 7 \qquad \checkmark$$

Or $\sqrt[3]{7^3} = 7$

Donc $\sqrt[3]{7^3} = \left(7^3\right)^{1/3}$

$$\sqrt[3]{x} = x^{1/3} \qquad \text{si } x = 7^3$$

<u>Déf</u> : $\boxed{\sqrt[n]{a} = a^{1/n}}$ avec $a \in \mathbb{R}_+$ et $n \in \mathbb{Z}^*$

On dit que l'exposant est rationnel.

et par extension $\boxed{\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}}$

Exemples : 1) $9^{1/2} = 3$ $\quad (\sqrt{9} = 3)$

2) $8^{1/3} = 2$ $\quad (\sqrt[3]{8} = 2)$

3) $32^{2/5} = \sqrt[5]{32^2} = (\sqrt[5]{32})^2 = 2^2 = 4$

ou

$$32^{2/5} = (2^5)^{\frac{2}{5}} = 2^{5\cdot\frac{2}{5}} = 2^2 = 4$$

4) ex 4.1.11 d)

$$\sqrt[4]{a^3}\cdot\sqrt[3]{a^4} = a^{\frac{3}{4}}\cdot a^{\frac{4}{3}}$$

$$= a^{\frac{3}{4}+\frac{4}{3}}$$

$$= a^{\frac{9+4}{12}} = a^{\frac{25}{12}} = \sqrt[12]{a^{25}}$$