Une base particulière : e , le nombre d'Euler

$e \cong 2{,}71828\ldots$ Màc. : e^1 : 1 $\boxed{\text{2nd}}$ $\boxed{\text{LN}}$

définit comme $e = \lim\limits_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

$$\left(1 + \frac{1}{10}\right)^{10} \cong 2{,}594$$

$$\left(1 + \frac{1}{100}\right)^{100} \cong 2{,}705$$

$$\vdots$$

$$\left(1 + \frac{1}{1000}\right)^{1000} \cong 2{,}7169$$

On note le logarithme en base e $\ln(x) = \log_e(x)$

Ainsi $\boxed{\ln(u) = x \Leftrightarrow e^x = u}$

Exples Résoudre

1) $e^{3x} = 100 \iff 3x = \ln(100)$ $\left(\log_e(100)\right)$

$\iff x = \dfrac{\ln(100)}{3} \cong 1{,}535$

$$S = \left\{ \frac{\ln(100)}{3} \right\}$$

2) $5e^{-0{,}1x} = 30 \iff e^{-0{,}1x} = 6$ (isoler l'exponentielle)

$\iff -0{,}1x = \ln(6)$

$\iff x = \dfrac{\ln(6)}{-0{,}1} \cong -17{,}918$

3) $e^{2x} + 2e^{x} - 3 = 0$ $\quad y = e^{x}$ (chgmt de variable)

$y^2 + 2y - 3 = 0 \iff (y+3)(y-1) = 0$

$\iff y = \begin{cases} -3 \iff e^{x} = -3 \text{ ↯ impossible} \\ 1 \iff e^{x} = 1 \iff x = 0 \Rightarrow S = \{0\} \end{cases}$

__Formule du changement de base__ : $\log_a(u) = \dfrac{\log_b(u)}{\log_b(a)}$

En particulier $\boxed{\log_a(u) = \dfrac{\log(u)}{\log(a)} = \dfrac{\ln(u)}{\ln(a)}}$

On peut enfin calculer : $2^n = 20'000$

$$n = \log_2(20'000)$$

$$= \frac{\log(20'000)}{\log(2)} \cong 14{,}29$$