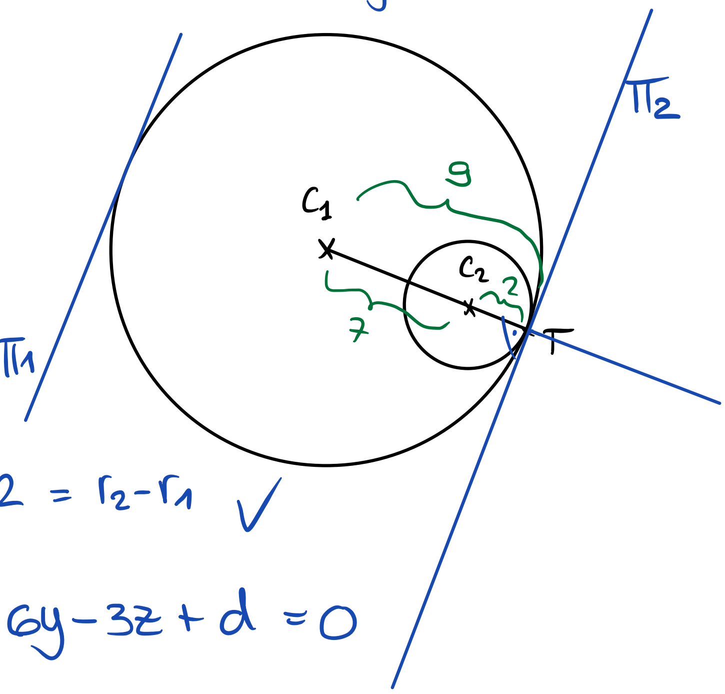
Ex 5.2.5

$\Sigma_1 : x^2+y^2+z^2=81$

$\Sigma_2 : x^2+y^2+z^2-4x-12y+6z+45=0 \iff (x-2)^2+(y-6)^2+(z+3)^2=4$



$\Rightarrow \quad C_1(0;0;0)$ et $r_1=9$

$\quad\quad C_2(2;6;-3)$ et $r_2=2$

$\overrightarrow{C_1C_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix}$

$\|\overrightarrow{C_1C_2}\| = \sqrt{4+36+9} = 7 = 9-2 = r_2-r_1$ ✓

Comme $\Pi \perp (C_1C_2) \Rightarrow \Pi : 2x+6y-3z+d=0$

Pour déterminer d, on sait que $\delta(C_1;\Pi)=9$

$$\iff \frac{|2\cdot 0+6\cdot 0-3\cdot 0+d|}{\sqrt{2^2+6^2+(-3)^2}} = 9$$

$$\iff \frac{|d|}{7} = 9 \iff |d|=63 \iff d=\pm 63$$

$\Rightarrow \quad \Pi_1 : 2x+6y-3z+63=0$

$\quad\quad \Pi_2 : 2x+6y-3z-63=0$

$$\delta(C_2;\Pi_1) = \frac{|2\cdot2+6\cdot6-3\cdot3+63|}{7} = \frac{112}{7} = 16 \neq r_2$$

$$\delta(C_2;\Pi_2) = \frac{|2\cdot2+6\cdot6-3\cdot3-63|}{7} = \frac{14}{7} = 2 = r_2 \checkmark$$

$\Rightarrow \quad \Pi_2$ est le plan cherché.