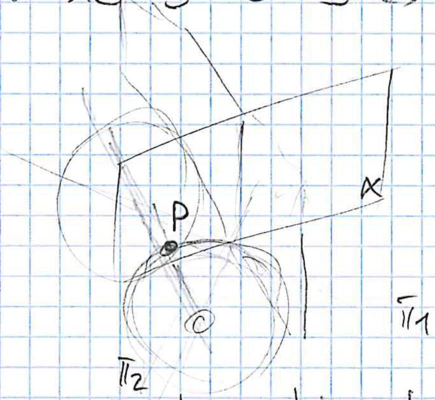
Ex 3.7.12

$\alpha : 8x+y-4z=9$

$\beta : 6x+3y-2z=5$

$P(2;-3;?) \in \alpha : 16-3-4z=9 \Leftrightarrow 4z=4 \Leftrightarrow z=1$

$\Rightarrow P(2;-3;1)$



* centre de la sphère sur plan bissecteur de α et β.

$$\frac{8x+y-4z-9}{\underbrace{\sqrt{64+1+16}}_{9}} = \pm \frac{6x+3y-2z-5}{\underbrace{\sqrt{36+9+4}}_{7}} \quad \Big| \cdot 63$$

$$56x+7y-28z-63 = \pm\left(54x+27y-18z-45\right)$$

$2x-20y-10z-18=0 \Leftrightarrow x-10y-5z-9=0 \quad (\pi_1)$

$110x+34y-46z-108=0 \Leftrightarrow 55x+17y-23z-54=0 \quad (\pi_2)$

* Soit $d \perp \alpha$ et passant par P, C_1 et $C_2 \in d$

$$d : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} + k\begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} \quad k \in \mathbb{R}.$$

* $C_1 = \pi_1 \cap d : (2+8k)-10(-3+k)-5(1-4k)-9=0$

$2+8k+30-10k-5+20k-9=0$

$18k+18=0 \Rightarrow k=-1$

$\Rightarrow C_1(-6;-4;5)$

$\Rightarrow \Sigma_1 : (x+6)^2+(y+4)^2+(z-5)^2=r_1^2$ et $P \in \Sigma_1 \Rightarrow r_1^2=81$

$k=2/61$

* ... $C_2\left(\frac{138}{61}; -\frac{181}{61}; \frac{53}{61}\right)$ et $r_2^2 = \frac{324}{3721}$