

5.2. 7. On donne la sphère $\Sigma : x^2 + y^2 + z^2 = 216$, ainsi que la droite

$$d : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ avec } k \in \mathbb{R}$$

$$C = (0, 0, 0) \\ r = \sqrt{216} = 6\sqrt{6}$$

Déterminer les équations cartésiennes des plans perpendiculaires à d et tangents à Σ , ainsi que les coordonnées des points de contact de ces plans avec Σ .

$$\Pi_{1,2} : 7x - 2y - z + d' = 0$$

$$\text{car } \vec{d} \perp \Pi \text{ donc } \vec{d} = \vec{n}_{\Pi}$$

Pour déterminer d' on utilise

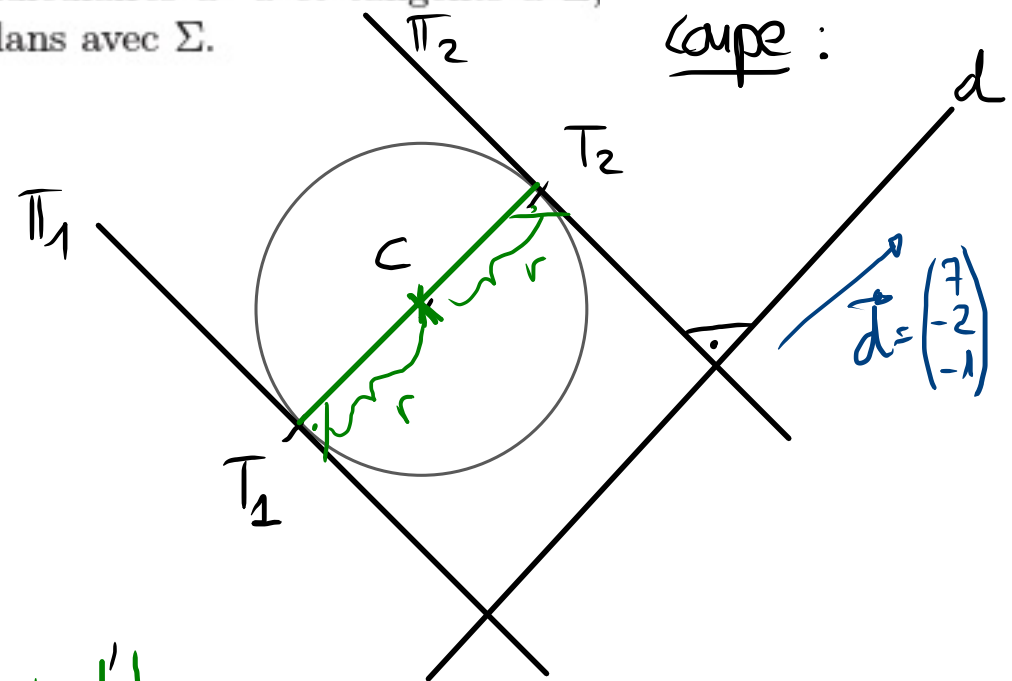
$$\delta(C; \Pi) = r \Leftrightarrow \frac{|7 \cdot 0 - 2 \cdot 0 - 0 + d'|}{\sqrt{49 + 4 + 1}} = 6\sqrt{6}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|d'|}{\sqrt{54}} = 6\sqrt{6} \Leftrightarrow |d'| = 6\sqrt{6} \sqrt{54} = 108$$

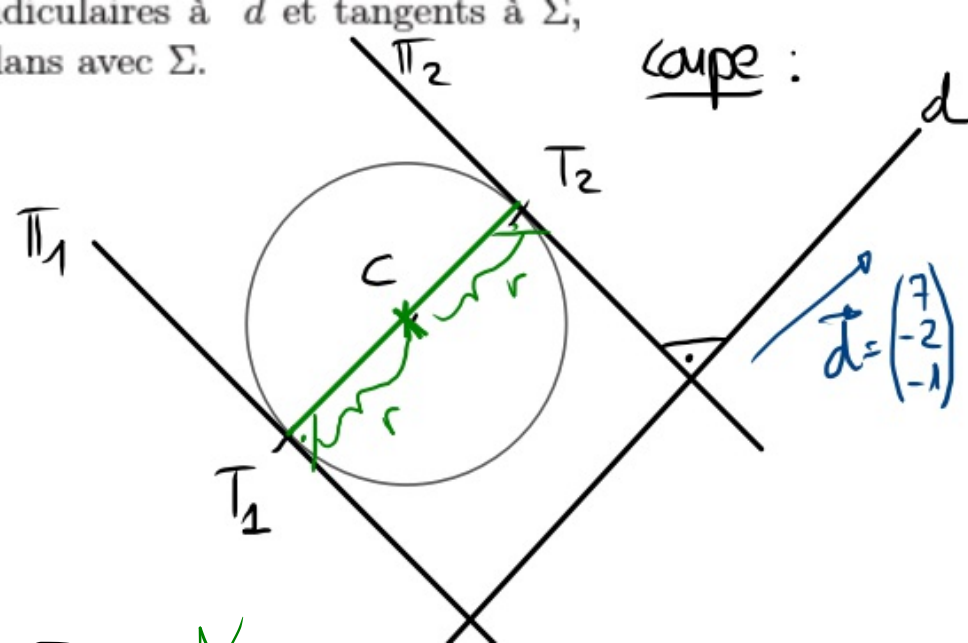
$$\Leftrightarrow d' = \pm 108$$

$$\Rightarrow \Pi_1 : 7x - 2y - z + 108 = 0$$

$$\Pi_2 : 7x - 2y - z - 108 = 0$$



perpendiculaires à d et tangents à Σ ,
plans avec Σ .



Pour trouver T_1 et T_2

$$\{T_{1,2}\} = \Sigma \cap \Pi_1 \text{ et } \Sigma \cap \Pi_2 \quad \times$$

$$\text{ou } \{T_{1,2}\} = (T_1 T_2) \cap \Pi_1 \text{ et } (T_1 T_2) \cap \Pi_2 \quad \times$$

$$\text{ou } \{T_{1,2}\} = (T_1 T_2) \cap \Sigma \quad \checkmark \text{ plus rapide}$$

Avec $(T_1 T_2) : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ droite // à d et passant par $C(0;0;0)$

dans Σ
 $\Rightarrow (7k)^2 + (-2k)^2 + (-k)^2 = 216$

$$49k^2 + 4k^2 + k^2 = 216$$

$$54k^2 = 216 \Leftrightarrow k^2 = 4 \Leftrightarrow k = \pm 2$$

$$\left. \begin{cases} x = 7k \\ y = -2k \\ z = -k \\ x^2 + y^2 + z^2 = 216 \end{cases} \right\} \text{substitution}$$

$$\Rightarrow T_2 (14; -4; -2) \text{ avec } k=2 \quad (\in \Pi_2)$$

$$T_1 (-14; 4; 2) \text{ avec } k=-2 \quad (\in \Pi_1)$$