Fonction irrationnelle de degré 2

$$f(x) = \sqrt{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0} = \overbrace{\sqrt{\underbrace{p(x)}_{\geqslant 0}}}^{\geqslant 0}$$

- f est définie seulement si $p(x) \geqslant 0$.
  Pour déterminer ED(f) on étudie le signe de $p(x)$

- Le signe de f est toujours positif.

Exemple : $f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x + 15}$

cond : $-x^2 + 2x + 15 \geqslant 0$

$-(x^2 - 2x - 15) \geqslant 0$

$-(x+3)(x-5) \geqslant 0$

x		-3		5	
sgn(p)	$-$	0	$+$	0	$-$

$a = -1 < 0$

$ED(f) = [-3 ; 5]$

zéros : -3 et 5

signe :

x		-3		5	
sgn(f)		0	$+$	0	

Opérations avec fonctions : $+ \quad - \quad \cdot \quad \div$

Ex 2.2.6

a) $f(x) = 3$ $\qquad$ $ED(f) = \mathbb{R}$

$g(x) = x^2$ $\qquad$ $ED(g) = \mathbb{R}$

$(f+g)(x) = x^2 + 3$ $\qquad$ $ED(f+g) = \mathbb{R}$

$(f-g)(x) = 3 - x^2$ $\qquad$ $ED(f-g) = \mathbb{R}$

$(f\cdot g)(x) = 3x^2$ $\qquad$ $ED(f\cdot g) = \mathbb{R}$

$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{3}{x^2}$ $\qquad$ $ED\left(\frac{f}{g}\right) = \mathbb{R}^* = \mathbb{R} - \{0\}$

Ex 2.2.3

b) $f(x) = \sqrt{x-1}\,\sqrt{x-5}$

cond : $x-1 \geqslant 0$ <u>et</u> $x-5 \geqslant 0$

$$\underbrace{x \geqslant 1 \quad \underline{\text{et}} \quad x \geqslant 5}_{x \geqslant 5}$$

$ED(f) = [5\,;+\infty[$

zéro : $x-1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \notin ED(f)$

$x-5 = 0 \Leftrightarrow x = 5$ ✓

signe :

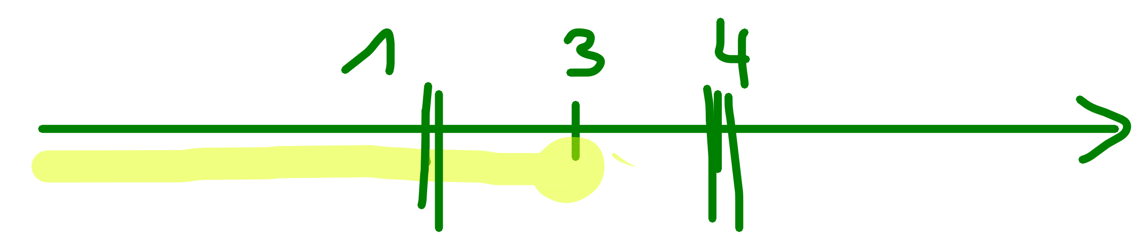
x		5	
$sgn(f)$	//////	0	+

d) $f(x) = \dfrac{\sqrt{6-2x}}{x^2-5x+4}$

cond : $6-2x \geqslant 0$ **et** $x^2-5x+4 \neq 0$

$6 \geqslant 2x$ **et** $(x-4)(x-1) \neq 0$

$3 \geqslant x$ **et** $x \neq 4$ et $x \neq 1$



$ED(f) = \left]-\infty ; 3\right] - \{1\}$

zéro : $\sqrt{6-2x} = 0 \Leftrightarrow 6-2x = 0 \Leftrightarrow x = 3$

v.i : 1

x		1		3	
$\text{sgn}(f)$	$+$	$\Vert$	$-$	0	//////

$f(0) = \dfrac{\sqrt{6}}{4} = +$

e) f) et 1.6 h) $\rightarrow$ j)
(feuille)

e) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+1}{x-4}}$

cond : $\underbrace{\dfrac{x+1}{x-4}}_{p(x)} \geqslant 0$ $\qquad x \neq 4$

zéro : -1

x	$-\infty$		-1		4		$+\infty$
sgn(p)		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	

$p(1000) : \dfrac{+}{+}$

$ED(f) = \left]-\infty ; -1\right] \cup \left]4 ; +\infty\right[$

Signe de f

x		-1		4	
sgn(f)	$+$	0		$\Vert$	$+$