Limites à l'infini

On étudie le comportement d'une fonction pour des valeurs de x s'approchant de l'infini.

Dans ce cas on calcule la $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$,

en se basant sur le résultat suivant :

Une fonction polynomiale se comporte à l'infini comme son terme de plus haut degré.

$$\lim_{x\to\infty} \left(a_n x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0\right) = \lim_{x\to\infty} a_n x^n$$

<u>exple</u> : $f(x) = 3x^2 + x + 5$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} 3x^2 = 3\cdot\infty^2 = \infty$$

Pour les fonctions rationnelles on applique le même principe au numérateur et au dénominateur :

$$\lim_{x\to\infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_0}{b_m x^m + b_{m-1}x^{m-1} + \dots + b_0} = \lim_{x\to\infty} \frac{a_n x^n}{b_m x^m}$$

Exples

1) $$\lim_{x\to\infty} \frac{2x^2-3}{4x^5-2x^4+3x-2} = \lim_{x\to\infty} \frac{2x^2}{4x^5} = \text{“}\frac{\infty}{\infty}\text{”}$$

forme indéterminée

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{1}{2x^3} = \frac{1}{\infty} = 0$$

$$\boxed{\frac{\text{nbre}}{\infty} \longrightarrow 0}$$

“principe du gâteau”
plus le nombre d'invités est grand
plus la part de gâteau est petite.

2) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^2-7}{3x^2+2x-1} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^2}{3x^2} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2}{3} = \dfrac{2}{3}$

3) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^3+5x+3}{x+2} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^3}{x} = \lim\limits_{x\to\infty} 2x^2 = \infty$

ex 2.5.16

\+ ex 3.1 (feuille)

En fait : $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{a_n x^n}{b_m x^m} = \begin{cases} 0 & \text{si } n < m \\ \dfrac{a_n}{b_m} & \text{si } n = m \\ \infty & \text{si } n > m \end{cases}$

form. p.