
Révision - Limites et asymptotes

Exercice 1

D'une fonction rationnelle f , on donne son étude de signe (ci-dessous) et l'équation de ses asymptotes : $x = 1$ et $y = 2$

x	-1	1	4
$sgn(f)$	+	0	+
		-	0
			+

a) Vrai ou Faux ?

1) $ED(f) = \mathbb{R} - \{4\}$

2) Il y a un zéro de multiplicité paire.

3) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$

4) Le degré du numérateur et celui du dénominateur sont égaux.

5) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty$

b) D'après l'étude de signe et les équations des asymptotes, déterminer les limites suivantes.

1) $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ >}} f(x) =$

3) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) =$

2) $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ <}} f(x) =$

4) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

c) Esquisser le graphe d'une fonction f qui pourrait admettre cette étude de signe et ces asymptotes.

d) Donner une fonction f qui pourrait admettre cette étude de signe et ces asymptotes.

Exercice 2

Calculer, si elles existent, les limites suivantes.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 + x^3 + 3x^2}{x^2}$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(3x + 2)^2(2x - 1)^3}{(x + 3)^8}$

b) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^2 + 9}{x^2 - 8x - 9}$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x^3 - 3x - \frac{x^2 + 1}{x} \right)$

Exercice 3

Pour les fonctions suivantes, on demande de déterminer

- l'ensemble de définition,
- le signe,
- les équations des asymptotes éventuelles et s'il existe un trou en donner les coordonnées,
- et l'esquisse du graphe.

a) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}$

b) $f(x) = \frac{x^3 + 4x^2 + x - 6}{x^2 + 2x + 1}$

Exercice 4

Déterminer a , b , c et d sachant que la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{x^3 + ax}{bx^2 + cx + d}$$

admet les droites $x = -2$, $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$ comme asymptotes et un "trou" de coordonnées $(-1; 1)$.