

2.7.7 Déterminer a , b et c sachant que la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx}{x + c}$$

admet les droites $x = 3$ et $y = x + 2$ comme asymptotes.

AV : $x = 3 \Rightarrow 3$ est une v.i. $\Rightarrow f(x) = \frac{\dots}{x-3} \Rightarrow \underline{c = -3}$

AO : $y = x + 2$

$$ax^2 + bx \quad \left| \begin{array}{r} x-3 \\ \hline ax \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \longleftarrow ax = x \Leftrightarrow \underline{a = 1} \end{array}$$

\Rightarrow

$$\begin{array}{r} x^2 + bx \\ -x^2 + 3x \\ \hline (b+3)x \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} x-3 \\ \hline x+(b+3) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \longleftarrow b+3 = 2 \\ \Leftrightarrow \underline{b = -1} \end{array}$$

(ou $f(x) = x + 2 + \frac{\dots}{x-3}$)

2.7.6 Déterminer a , b et c sachant que la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{ax^2 + 6x + 8}{x^2 + bx + c}$$

admet les droites $x = 0$, $x = 2$ et $y = 1$ comme asymptotes.

AV : $x=0$ et $x=2$ \Rightarrow $f(x) = \frac{\dots}{x(x-2)} = \frac{\dots}{x^2 - 2x}$

\uparrow \swarrow
v.i.

$$= \frac{\dots}{x^2 + bx + c}$$

\Rightarrow $b = -2$ et $c = 0$

AH : $y = 1$ \Rightarrow $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2}{x^2} = \underline{a = 1}$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x^2 + 6x + 8}{x^2 - 2x}$$

2.7.8 Déterminer a , b , c et d sachant que la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$$

dont le graphe passe par le point $A(2; -2)$ et qui admet les droites $x = -3$ et $y = -2x + 1$ comme asymptotes.

$$f(2) = -2$$

$x = -3$ AV
 $y = -2x + 1$ AO

$$f(x) = \frac{\dots}{x+3} \Rightarrow \underline{d=3}$$

AO :

$$ax^2 + bx + c \quad \left| \begin{array}{l} x+3 \\ -2x \end{array} \right. \Rightarrow \underline{a=-2}$$

$$\begin{array}{r} -2x^2 + bx + c \\ +2x^2 + 6x \\ \hline (b+6)x + c \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} x+3 \\ -2x + (b+6) \end{array} \right. \quad \hookrightarrow \underline{b=-5}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{-2x^2 - 5x + c}{x+3} \Rightarrow f(2) = \frac{-2 \cdot 4 - 5 \cdot 2 + c}{2+3} = -2$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \frac{-18+c}{5} &= -2 \\ \Leftrightarrow -18+c &= -10 \\ \Leftrightarrow c &= 8 \end{aligned}$$