

Ex 2.9.2

a) $f(x) = x^3 - 3x$ $ED(f) = \mathbb{R}$

• dérivée : $f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1) = 3(x+1)(x-1)$

\downarrow \downarrow zéros de f'
 -1 1

• tableau de croissance :

x	-1		1		
f'	+	0	-	0	+
f	↗ Max		↘ min		↗

\mathbb{U}^+

• coords des max et min :

$$f(-1) = (-1)^3 - 3 \cdot (-1) = -1 + 3 = 2 \quad \Rightarrow \text{Max}(-1; 2)$$

$$f(1) = 1^3 - 3 \cdot 1 = 1 - 3 = -2 \quad \Rightarrow \text{min}(1; -2)$$

c) $f(x) = (x+2)^3(x-3)^2$

$ED(f) = \mathbb{R}$

• dérivée : $u = (x+2)^3$

$u' = 3(x+2)^2 \cdot 1 = 3(x+2)^2$

$v = (x-3)^2$

$v' = 2(x-3) \cdot 1 = 2(x-3)$

$f'(x) = 3(x+2)^2(x-3)^2 + (x+2)^3 \cdot 2(x-3)$

$= 3(x+2)^2(x-3)^2 + 2(x+2)^3(x-3)$

$= (x+2)^2(x-3) \left[3(x-3) + 2(x+2) \right]$
 $3x-9+2x+4$

$= (x+2)^2(x-3) \underbrace{(5x-5)}_{5(x-1)} = 5(x+2)^2(x-3)(x-1)$

\downarrow \downarrow \downarrow zéros de f'
 -2 3 1

• tableau de croissance :

x	-2	1	3	
f'	+ 0	+ 0	- 0	+
f	palier		Max	min

$f'(1000) : +$

• coords :

palier : $f(-2) = (-2+2)^3(-2-3)^2 = 0 \cdot (-5)^2 = 0 \Rightarrow$ palier (-2; 0)

Max : $f(1) = (1+2)^3(1-3)^2 = 3^3 \cdot (-2)^2 = 27 \cdot 4 = 108 \Rightarrow$ Max(1; 108)

min : $f(3) = (3+2)^3(3-3)^2 = 5^3 \cdot 0 = 0 \Rightarrow$ min(3; 0)