## Ex 1.3.10

a) $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

$$(x;y) \mapsto x+y \qquad H = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(1;0) \mapsto 1$$

$$(0;1) \mapsto 1$$

* $\mathrm{Ker}(h)$ : $h((x;y)) = 0 \iff x+y=0$

$$\iff y = -x$$

$$\Rightarrow \mathrm{Ker}(h) = \{(x;-x) \mid x \in \mathbb{R}\}$$

$$= \{x(1;-1) \mid x \in \mathbb{R}\}$$

$$= \langle (1;-1) \rangle \quad \leftarrow \dim(\mathrm{Ker}(h)) = 1$$

* $\mathrm{Im}(h) = \langle h(e_1) ; h(e_2) \rangle = \langle h(e_1) \rangle = \langle 1 \rangle = \mathbb{R}$

$h(e_1) = 1$, $h(e_2) = 1$

liés

ou

thm du rang : $\dim(\mathbb{R}^2) = \dim(\mathrm{Ker}(h)) + \underbrace{\dim(\mathrm{Im}(h))}_{\mathrm{rang}(h)}$

$$2 = 1 + \mathrm{rang}(h)$$

$$\Rightarrow \mathrm{rang}(h) = 1$$

comme $\underset{\dim = 1}{\mathrm{Im}(h)}$ est un SEV de $\underset{\dim = 1}{\mathbb{R}}$ $\Rightarrow \mathrm{Im}(h) = \mathbb{R}$

c) $h : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$

$(x;y) \longmapsto (2x-y; x)$

$$H = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

car $\underline{h((1;0)) = (2;1)}$

$\underline{h((0;1)) = (-1;0)}$

* Ker(h) : On cherche $(x;y)$ tel que

$(2x-y ; x) = (0;0)$

$$\begin{cases} 2x-y = 0 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \mathrm{Ker}(h) = \{(0;0)\}$$

$= \langle (0;0) \rangle$

$(\dim(\mathrm{Ker}(h)) = 0)$

* Im(h) : $\mathrm{rang}(h) = \dim(\mathrm{Im}(h)) = 2 - 0 = 2 = \dim(\mathbb{R}^2)$

dim ens. de départ

ens. d'arrivée

$\Rightarrow \quad \mathrm{Im}(h) = \mathbb{R}^2$

<u>ou</u> $\quad \mathrm{Im}(h) = \langle h(e_1) ; h(e_2) \rangle = \langle (2;1) ; (-1;0) \rangle$

libres

$= \langle (1;0) ; (0;1) \rangle = \mathbb{R}^2$

car même dimension.