Problème 1.

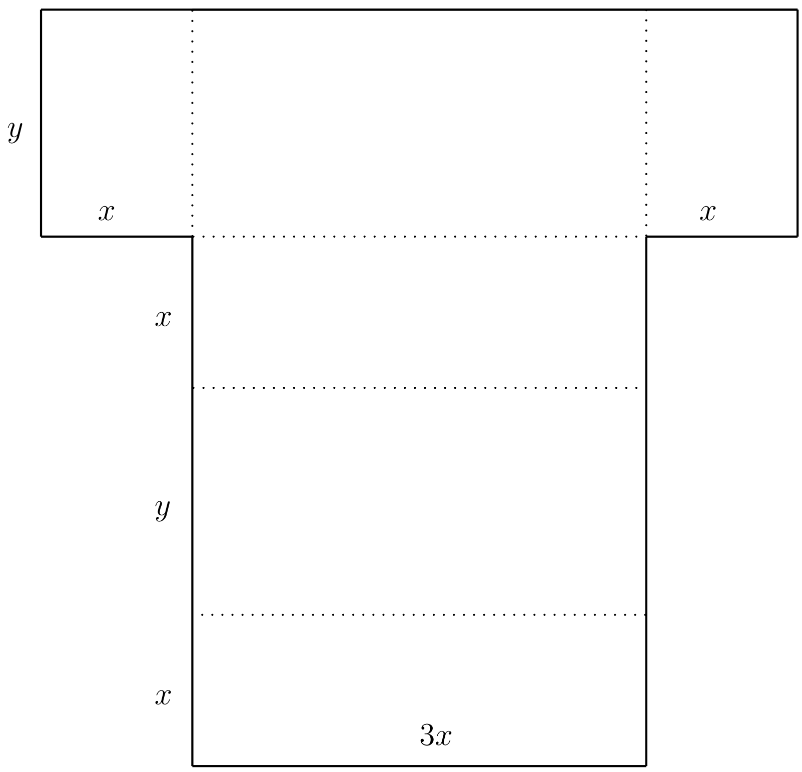
On désire construire une caisse en bois massif (sans couvercle) en forme de parallélépipède rectangle de volume égal à 5600 cm^3. On nomme x la largeur de la caisse (en cm). La hauteur de cette caisse mesure le double de la largeur.

Le bois prévu pour le fond coûte 0,10 CHF par cm^2, celui pour les faces latérales coûte 0,05 CHF par cm^2.

Déterminer les dimensions de la caisse pour lesquelles le coût de fabrication est minimal, puis calculer ce coût.

Problème 2.

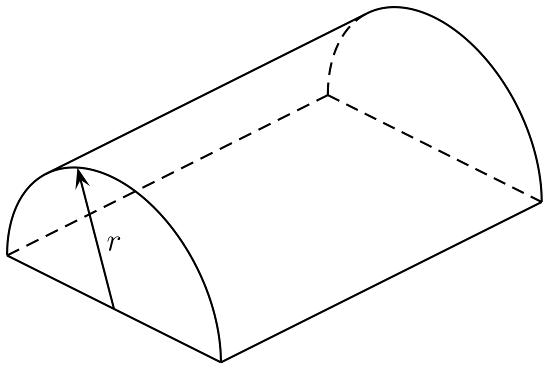
On souhaite fabriquer une boîte en forme de parallélépipède rectangle de volume 2304 cm^3. On découpe alors dans une feuille de carton le développement de la boîte comme donné dans la figure ci-dessous.



Quelles sont les dimensions de la boîte qui minimisent l'aire de carton nécessaire à sa fabrication ? Et quelle est cette aire ?

Problème 3.

On souhaite construire une serre de 3750 m^3 de volume.
On réalise pour cela deux parois verticales en forme de demi-disques de rayon r (en m) dont le prix est de 35 fr./m^2 et un toit rectangulaire dont le prix est de 15 fr./m^2, que l'on recourbe comme indiqué sur la figure ci-dessous. On obtient ainsi une serre en forme de demi-cylindre.

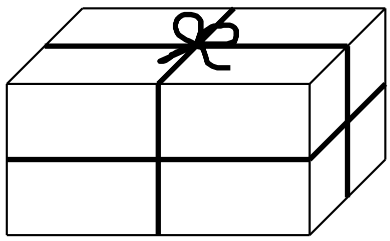


Déterminer les dimensions de la serre de coût minimal et déterminer ce coût.

Problème 4.

On désire confectionner un paquet en forme de parallélépipède rectangle dont la longueur est le double de la largeur, et dont le volume vaut 24 dm^3. On le ficelle selon l'illustration ci-dessous.

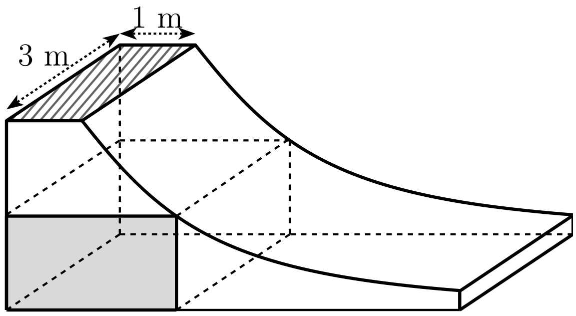
On désigne par x la largeur (en dm) du paquet.



En admettant qu'il faut 1 dm de ficelle pour le nœud, déterminer la largeur du paquet de sorte que la longueur totale de la ficelle soit minimale. Calculer alors les dimensions du paquet.

Problème 5.

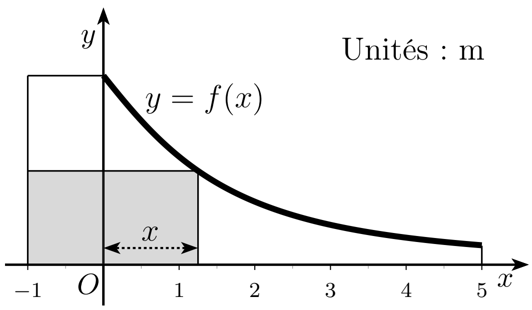
Une rampe de prise d'élan de roller est représentée ci-dessous.



La largeur de la rampe est de 3 mètres. Le plateau de départ (partie hachurée sur le dessin ci-dessus) forme un rectangle de 1 mètre par 3 mètres.
On veut construire sous cette rampe un local de rangement ayant la forme d'un parallélépipède rectangle dont une des faces a été grisée sur le dessin.

Dans un système d'axe Oxy où l'origine O est placée sur le sol, à l'aplomb du point de départ de la rampe, le profil de celle-ci correspond au graphe de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{10}{x^2 + 2x + 4} \quad \text{où } 0 \leq x \leq 5.$$



a) À quelle hauteur du sol se trouve le plateau de départ ?

b) Déterminer les dimensions, arrondies au centième, du local de volume maximal et calculer ce volume maximal.

Problème 1.

Fonction à optimiser : $c(x) = 0,2x^2 + \dfrac{840}{x}$

Problème 2.

Fonction à optimiser : $a(x) = 6x^2 + \dfrac{6144}{x}$

Problème 3.

Fonction à optimiser : $c(r) = 35\pi\, r^2 + \dfrac{112'500}{r}$

Problème 4.

Fonction à optimiser : $l(x) = 1 + 12x + \dfrac{48}{x^2}$

Problème 5.

Fonction à optimiser : $v(x) = \dfrac{30x + 30}{x^2 + 2x + 4}$