Les fonctions exponentielles et logarithmes (de base e)

1) $f(x) = e^u$ où u est une fonction de x.

ED(f) = ED(u)

zéro : pas de zéro

signe : $f(x) = e^u > 0$

Exemples : a) $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$

ED(f) = $\mathbb{R}^*$

zéro : pas de zéro

signe :

x		0	
sgn(f)	+	‖	+

2) $f(x) = 3 - e^{x-2}$

ED(f) = $\mathbb{R}$

zéro : $3 - e^{x-2} = 0 \iff 3 = e^{x-2}$

$\iff \ln(3) = x - 2$

$\iff x = \ln(3) + 2 \cong 3{,}1$

signe :

x		$\ln(3)+2$	
sgn(f)	+	0	—

$f(0) \cong 2{,}9$ $\quad$ $f(4) \cong -4{,}4$

⚠ évaluer le signe dans chaque intervalle

ex feuille e) f) g) h)

2) $f(x) = \ln(u)$ où u est une fct de x.

. $ED(f) = \{ x \mid u > 0 \}$ cond : $u > 0$

. zéro : $\ln(u) = 0$

$\Leftrightarrow u = 1$

. signe : tester dans chaque intervalle une valeur.

Exemples a) $f(x) = \dfrac{\ln(3-x)}{x}$ cond : $3 - x > 0$ et $x \neq 0$

$3 > x$

$ED(f) =]-\infty ; 0[\cup]0 ; 3[$

signe : zéro : $\dfrac{\ln(3-x)}{x} = 0 \Leftrightarrow \ln(3-x) = 0$

$\Leftrightarrow 3 - x = 1 \Leftrightarrow x = 2$

x		0		2		3	
$\mathrm{sgn}(f)$	$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	$\Vert$	////

$f(-1) \cong -1{,}4$ $f(1) \cong 0{,}7$ $f(2{,}5) \cong -0{,}3$

b) $f(x) = \dfrac{1}{\ln(x^2+5x+6)}$

cond : $x^2+5x+6 > 0$ et $\ln(x^2+5x+6) \neq 0$

$(x+2)(x+3) > 0$

x	$-3{,}6$	-3		-2	$-1{,}4$	
$\mathrm{sgn}(x^2+5x+6)$	$+$	0	$-$	0	$+$	

$x^2+5x+6 \neq 1$

$x^2+5x+5 \neq 0$

$\Delta = 25 - 4 \cdot 5 = 5$

$x_{1,2} \neq \dfrac{-5 \pm \sqrt{5}}{2} \simeq \begin{cases} -1{,}4 \\ -3{,}6 \end{cases}$

$\Rightarrow ED(f) = \left]-\infty\,; -3\right[\cup \left]-2\,; +\infty\right[- \left\{ \dfrac{-5 \pm \sqrt{5}}{2} \right\}$

zéro : $1 \overset{?}{=} 0$ pas de zéro

signe :

x		$-3{,}6$		-3		-2		$-1{,}4$	
$\mathrm{sgn}(f)$	$+$	$\Vert$	$-$	$\Vert$		$\Vert$	$-$	$\Vert$	$+$

$f(-4) \simeq 1{,}4$ ✓ $\quad f(-3{,}5) \simeq -3{,}5$ ✓ $\quad f(-1{,}5) \simeq -3{,}5$ ✓ $\quad f(0) \simeq 0{,}6$