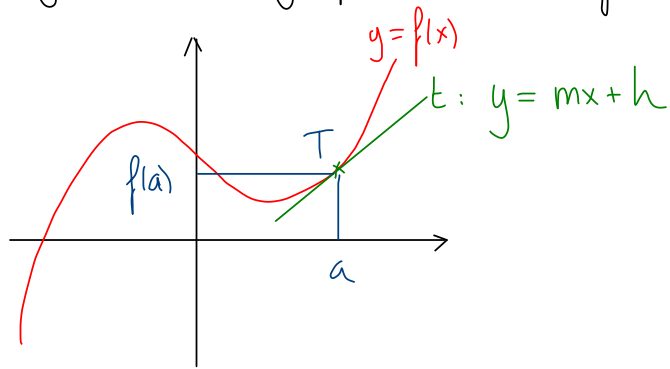


Tangente au graphe d'une fonction en un point



$$m = \text{pente} = f'(a)$$

h est déterminée en remplaçant x et y par les coords de $T(a; f(a))$

Exemple

a) $f(x) = \ln(x^2 - 3)$ au point $T(2; \dots)$

pende : $m = f'(2)$

$$f'(x) = \frac{2x}{x^2 - 3} \Rightarrow f'(2) = \frac{4}{4 - 3} = 4 = m$$

$$\Rightarrow t: y = 4x + h$$

$$T(2; \dots) \in t : f(2) = \ln(4 - 3) = \ln(1) = 0 \Rightarrow T(2; 0)$$

$$\Rightarrow 0 = 4 \cdot 2 + h \Leftrightarrow h = -8$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{t: y = 4x - 8}}$$

b) Equation de la tangente à la courbe $y = e^{2x+4}$
au point $T(-2; \dots)$.

• pente : $f'(x) = 2e^{2x+4}$

$$m = f'(-2) = 2e^{-4+4} = 2e^0 = 2$$

$$\Rightarrow t : y = 2x + h$$

• $f(-2) = e^{-4+4} = e^0 = 1 \Rightarrow T(-2, 1)$

$$T \in t : 1 = 2 \cdot (-2) + h \Leftrightarrow h = 5$$

$$\Rightarrow \underline{t : y = 2x + 5}$$

Rem : il y a aussi la formule : $y - f(a) = f'(a)(x - a)$

Exercices Equation de la tangente à la courbe au point donnée

1) $y = \frac{\ln(x)}{x}$ au point $T(1; \dots)$

2) $f(x) = x^2 \ln(x)$ au point d'abscisse 1.

$$1) f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - 1 \cdot \ln(x)}{x^2} = \frac{1 - \ln(x)}{x^2} \quad \left(\begin{array}{l} u = \ln(x) \quad v = x \\ u' = \frac{1}{x} \quad v' = 1 \end{array} \right)$$

• pente : $m = f'(1) = \frac{1 - \ln(1)}{1} = \frac{1 - 0}{1} = 1 \Rightarrow y = x + h$

• $f(1) = \frac{\ln(1)}{1} = \frac{0}{1} = 0 \Rightarrow T(1, 0)$

• $T \in t \Rightarrow 0 = 1 + h \Leftrightarrow h = -1$

$$\Rightarrow \underline{t : y = x - 1}$$

$$2) \quad f'(x) = 2x \ln(x) + x^2 \cdot \frac{1}{x} \\ = 2x \ln(x) + x$$

$$\left(\begin{array}{ll} u = x^2 & v = \ln(x) \\ u' = 2x & v' = \frac{1}{x} \end{array} \right)$$

$$\cdot \text{ pente : } m = f'(1) = 2 \cdot 1 \cdot \ln(1) + 1 = 0 + 1 = 1 \Rightarrow t : y = x + h$$

$$\cdot f(1) = 1^2 \cdot \ln(1) = 0 \Rightarrow T(1; 0)$$

$$\cdot T \in t \Rightarrow 0 = 1 + h \Leftrightarrow h = -1$$

$$\Rightarrow \underline{t : y = x - 1}$$