Problème 2 (11 points)

On considère la fonction f donnée par

$$f(x) = (x-3) \cdot e^{\sqrt{x}}$$

a) Déterminer l'ensemble de définition de f.

b) Étudier le signe de f.

c) Déterminer par calculs si f possède une asymptote horizontale.

d) Montrer que

$$f'(x) = \frac{(2\sqrt{x} + x - 3) \cdot e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$$

e) Déterminer une équation de la tangente au graphe de f au point d'abscisse 1.

Prob 2

a) $ED(f) = \mathbb{R}_+$ car $x \geq 0$

b) zéro : $\underset{\substack{\downarrow \\ 3}}{(x-3)}\underbrace{e^{\sqrt{x}}}_{>0} = 0$

signe :

x	0		3	
f		$-$	0	$+$

c) $\lim\limits_{x \to +\infty} (x-3)e^{\sqrt{x}} = +\infty \cdot +\infty = +\infty$

$\Rightarrow$ il n'y a pas d'AHD

(ni à gauche vu l'AHG)

d) $f'(x) = e^{\sqrt{x}} + (x-3)e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

$u = x-3$
$u' = 1$

$v = e^{\sqrt{x}}$
$v' = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

$$= \frac{e^{\sqrt{x}} \cdot 2\sqrt{x} + (x-3)e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} = \frac{e^{\sqrt{x}}\left(2\sqrt{x} + (x-3)\right)}{2\sqrt{x}}$$

e) $x = 1 \Rightarrow f(1) = -2e \Rightarrow T(1; -2e)$

$m = f'(1) = \dfrac{e(2+1-3)}{2} = 0 \Rightarrow m = 0$ c'est une droite horizontale

$\Rightarrow y = -2e$