Primitives (suite)

Rappel :

$$\left(f(g(x))\right)' = f'(g(x)) \cdot \underbrace{g'(x)}_{\text{dérivée interne}}$$

$$\left((2x^2+3x+5)^3\right)' = 3\,(2x^2+3x+5)^2 \cdot \underbrace{(4x+3)}_{\text{dérivée interne}}$$

en particulier : $u^n = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$

Propriété 3

$$\boxed{\int f'(g(x)) \cdot \underbrace{g'(x)}_{\text{dérivée interne}}\, dx = F(g(x)) + C}$$

en particulier : $\int u^n \cdot u'\, dx = \frac{1}{n+1} u^{n+1} + C \quad , n \neq -1$

avec u est une fonction de x

Remarque : $\int f(x) \cdot g(x)\, dx \neq \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$

Exemple :

1) $\int \underbrace{(5x^2+2x+1)^3}_{u^3} \cdot \underbrace{(10x+2)}_{u'}\, dx = \frac{1}{4}(5x^2+2x+1)^4 + C$

$u = 5x^2+2x+1$
$u' = 10x+2$ ✓

2) $\int \frac{4}{\sqrt{4x+1}}\, dx = \int \underbrace{4}_{u'} \underbrace{(4x+1)^{-\frac{1}{2}}}_{u^{-1/2}}\, dx = \frac{1}{\frac{1}{2}}(4x+1)^{1/2} + C$

$u = 4x+1$
$u' = 4$

$= 2\sqrt{4x+1} + C$

3) $\int (2x+3)^5\, dx = \frac{1}{2}\int \underbrace{2}_{u'} \cdot \underbrace{(2x+3)^5}_{u^5}\, dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6}(2x+3)^6 + C$

$u = 2x+3$
$u' = 2$

$= \frac{1}{12}(2x+3)^6 + C$

astuce

4) $\int \frac{3x}{(x^2+3)^3}\, dx = \int 3x\,(x^2+3)^{-3}\, dx = \frac{3}{2}\int 2x\,(x^2+3)^{-3}\, dx$

$u = x^2+3$
$u' = 2x$

$= \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{-2}(x^2+3)^{-2} + C = -\frac{3}{4(x^2+3)^2} + C$

ex feuille 10 → 14