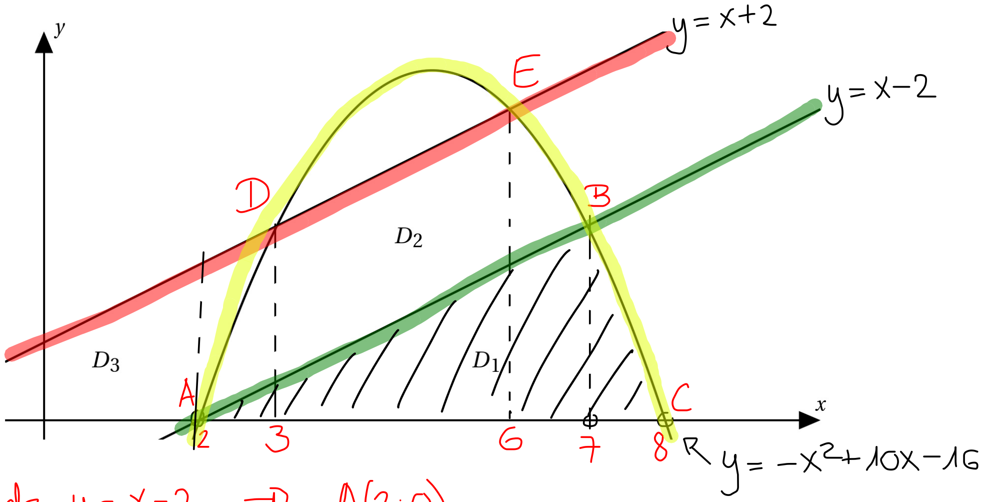
Le domaine doit parfois être partagé en plusieurs parties pour pouvoir calculer son aire. C'est le cas pour les domaines D_1, D_2 et D_3 ci-dessous.

Exemples : Sachant que les graphes représentés sont $y = x + 2$, $y = x - 2$ et $y = -x^2 + 10x - 16$, exprimer l'aire des domaines bornés D_1, D_2 et D_3 à l'aide d'intégrales en ne calculant que les bornes.



A : zéro de $y = x-2 \Rightarrow A(2;0)$

B : $\cap$ de $y = x-2$ et $y = -x^2+10x-16$: $x-2 = -x^2+10x-16$

$x^2-9x+14 = 0$

$(x-2)(x-7) = 0$

$\downarrow$ 2 $\quad \downarrow$ 7 $\Rightarrow B(7;5)$

$y = 7-2 = 5$

C : zéro de $\cap$: $-x^2+10x-16 = 0$

$-(x^2-10x+16) = 0$

$-(x-2)(x-8) = 0$

$\Rightarrow C(8;0)$

$$D_1 = \int_2^7 (x-2)\,dx + \int_7^8 (-x^2+10x-16)\,dx$$

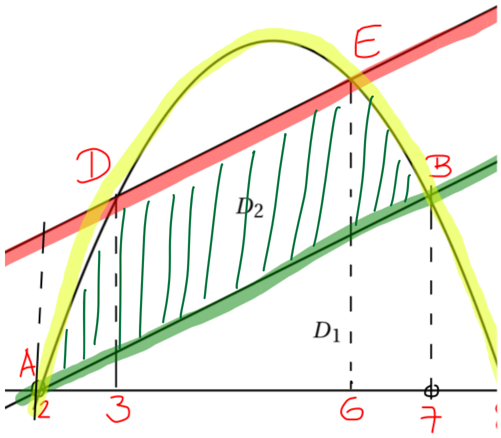
D et E : $\cap$ de $y = x+2$ et $y = -x^2+10x-16$: $x+2 = -x^2+10x-16$

$x^2-9x+18 = 0$

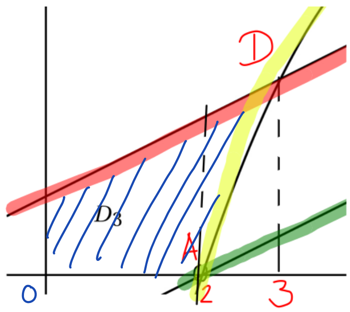
$(x-3)(x-6) = 0$

$\Rightarrow D(3;5)$

$E(6;8)$



$$D_2 = \int_2^3 \left[\left(-x^2+10x-16\right)-\left(x-2\right)\right]dx + \int_3^6 \left[\left(x+2\right)-\left(x-2\right)\right]dx + \int_6^7 \left[\left(-x^2+10x-16\right)-\left(x-2\right)\right]dx$$



$$D_3 = \int_0^2 \left(x+2\right)dx + \int_2^3 \left[\left(x+2\right)-\left(-x^2+10x-16\right)\right]dx$$