Prob. 5 (2012)

a) $C_1^3 \cdot C_3^8 \cdot C_5^7 \cdot C_2^5 = 3 \cdot 56 \cdot 21 \cdot 10 = \underline{35'280}$ équipes.

b) $C_2^7 \cdot C_4^6 \cdot C_2^5 = 21 \cdot 15 \cdot 10 = \underline{3'150}$ équipes.

7 - Maxime

c) $\left.\begin{array}{ll} * \text{ GD} : & C_2^7 \cdot C_5^6 \cdot C_2^5 = 21 \cdot 6 \cdot 10 = 1'260 \\ * \text{ GM} : & C_3^7 \cdot C_4^6 \cdot C_2^5 = 35 \cdot 15 \cdot 10 = 5'250 \\ * \text{ DM} : & C_1^2 \cdot C_2^7 \cdot C_4^6 \cdot C_2^5 = 2 \cdot 21 \cdot 15 \cdot 10 = 6'300 \end{array}\right\} \Rightarrow 1'260 + 5'250 + 6'300$

$= \underline{12'810}$ équipes.

Prob. 2 (2013)

a) $5 \cdot 9 = 45$ chambres

$A_5^{45} = 45 \cdot 44 \cdot 43 \cdot 42 \cdot 41 = \underline{146'611'080}$ manières

b) $A_5^9 \cdot 5 = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 5 = \underline{75'600}$ manières

choix d'étage

c) $\overline{A}_5^9 \cdot P_5 = 9^5 \cdot 5! = \underline{7'085'880}$ manières

choix d'une chambre parmi 9 à chaque étage

Prob 4 (2014)

a) 9 lettres dont 3 E : $\overline{P_9}(3) = \frac{9!}{3!} = \underline{60'480}$ anagrammes

b) 9 lettres dont 3E et 4 consonnes : $\underset{4\cdot}{\_}\ \underbrace{\_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_}_{P_7(3)}\ \underset{\cdot 3}{\_}$

$= 4 \cdot \frac{7!}{3!} \cdot 3 = \underline{10'080}$ anagrammes

c) * aucun E en 1e et dernière pos. donc soit O ... I soit I ... O :

$2 \cdot \overline{P_7}(3) \cdot 1 = 1'680$

* 1 seule E en 1e ou en dernière pos. donc E…I ou E…O ou I…E ou I…O

$2 \cdot \overline{P_7}(2) \cdot 2 = 10'080$

* 2 E en 1e et en dernière pos. : $1 \cdot 7! \cdot 1 = 5'040$

$\Rightarrow$ $1'680 + 10'080 + 5'040 = \underline{16'800}$ anagrammes

d) On considère METEO comme 1 seule "lettre"

$\underbrace{\text{METEO}}_{5} \cdot \underbrace{\_\,\_\,\_\,\_}_{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 5! = \underline{120}$ anagrammes

Prob 2 (2016)

a) $\overline{A^4_{12}} = 4^{12} = \underline{16'777'216}$ répartitions

b) $C^{12}_3 \cdot C^9_3 \cdot C^6_3 \cdot C^3_3 = \underline{369'600}$ répartitions

Prob 2 (2017)

a) $3 \cdot 6^3 = 3 \cdot \overline{A^6_3} = \underline{648}$ codes

b) $3 \cdot 5^3 = 3 \cdot \overline{A^5_3} = \underline{375}$ codes

c) au moins une fois 1 $\Leftrightarrow$ tout $-$ $\overbrace{\text{aucun } 1}^{\text{contraire de au moins "une fois 1"}}$: $648 - 375 = \underline{273}$ codes

ou exactement une fois ou deux fois ou trois fois

$\overline{3} \cdot \overline{5} \cdot \overline{5} \cdot \overline{1} \cdot \underset{\text{place pour 1}}{3} + 3 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \underbrace{\frac{3!}{2!}}_{P_3(2)} + 3 \cdot 1 = 273$

$\overline{P_3}(2)$ = permutation des 3 chiffres avec répétition des 1.

d) $3 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 3 \cdot A^6_3 = \underline{360}$ codes

e) au moins 2 chiffres identiques $\Leftrightarrow$ tout $-$ $\overbrace{\text{3 chiffres distincts}}^{\text{contraire de au moins "2 chiffres identiques"}}$:

$648 - 360 = \underline{288}$ codes

ou $\quad$ 2 chiffres id. $\quad$ ou $\quad$ 3 chiffres id.

$$\underbrace{3 \cdot C_1^6}_{\text{choix du chiffre utilisé 2 fois}} \cdot \underbrace{C_1^5}_{\text{choix de l'autre chiffre.}} \overline{P}_3(2) \quad + \quad 3 \cdot \underbrace{C_1^6}_{\text{choix du chiffre}} \cdot 1 \quad = 288$$

Prob 4 (2021)

a) $C_3^{12} = 220$ possibilités

b) $A_3^9 = 9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$ possibilités $\quad$ ou $\quad \underbrace{C_3^9}_{\text{choix de 3 ballons}} \cdot \underbrace{P_3}_{\text{permutation des 3 couleurs.}}$

c) $\overline{P}_6(3;2) = \dfrac{6!}{3!\,2!} = 60$ possibilités