Racines

Déf : $\sqrt{x} = a \iff a^2 = x$ $\qquad a \in \mathbb{R}_+$

$\qquad x \in \mathbb{R}_+$

Propriétés :

1) $\sqrt{x \cdot y} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$ $\qquad x, y \in \mathbb{R}_+$

2) $\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$ $\qquad x \in \mathbb{R}_+ \; , \; y \in \mathbb{R}_+^*$

3) $\sqrt{x^k} = (\sqrt{x})^k$ $\qquad k \in \mathbb{Z}$

⚠ $\sqrt{x+y} \neq \sqrt{x} + \sqrt{y}$

$\sqrt{x^2+y^2} \neq x + y$

$5 = \sqrt{25} = \sqrt{9+16} \neq 3+4 = 7$

Déf : La racine n^e de x : $\sqrt[n]{x} = a \iff a^n = x$ $\quad a \in \mathbb{R}_+$

$n \in \mathbb{N}^*$

$x \in \mathbb{R}_+$

Si l'indice n est impair, on peut définir $\sqrt[n]{x}$ avec x négatif et dans ce cas le résultat est négatif.

exple :

$$\sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$$

$$\sqrt[4]{\frac{1}{81}} = \sqrt[4]{\frac{1}{3^4}} = \frac{1}{3}$$

$$\sqrt[3]{-125} = \sqrt[3]{-5^3} = -5$$

Propriétés

1) idem

2)

3)

4) $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n\cdot m]{a}$ $\quad$ exple $\sqrt{\sqrt[3]{10}} = \sqrt[6]{10}$ $\quad 2\cdot 3$

5) $\sqrt[np]{a^{m\cdot p}} = \sqrt[n]{a^m}$ $\quad \sqrt[10]{16} = \sqrt[10]{2^4} = \sqrt[5]{2^2} = \sqrt[5]{4}$