Forme développée ou générale de l'équation cartésienne du cercle :

$$(x-c_1)^2+(y-c_2)^2 = r^2$$

$$x^2-2xc_1+c_1^2+y^2-2yc_2+c_2^2 = r^2$$

$$\boxed{x^2+y^2-2c_1x-2c_2y+c_1^2+c_2^2-r^2=0}$$

Exples : Est-ce un cercle ? si oui donner $C(c_1;c_2)$ et r

1) $x^2+y^2-16x+12y+19=0$

$$x^2\underbrace{-16}_{-2c_1}x+64+y^2+\underset{\downarrow\div 2}{12y}+36 = -19+64+36$$

$$(x-8)^2+(y+6)^2 = 81 \implies \text{oui } C(8;-6) \text{ et } r=9$$

2) $x^2+y^2+4x-6y+3=0$

$$x^2+4x+4+y^2-6y+9 = -3+4+9$$

$$(x+2)^2+(y-3)^2 = 10 \implies \text{oui } C(-2;3) \text{ et } r=\sqrt{10}$$

3) $x^2+y^2\underbrace{-2xy}-2y+25=0$

↯ terme en xy ⇒ pas un cercle.

4) $x^2+y^2+2x-2y+3=0$

$$x^2+2x+1+y^2-2y+1 = -3+1+1$$

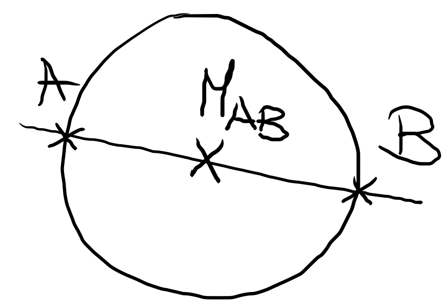
$$(x+1)^2+(y-1) = \underbrace{-1}$$

↯ car négatif. ⇒ pas un cercle.
$\neq \underbrace{r^2}_{\text{tjrs positif}}$

Cercles particuliers

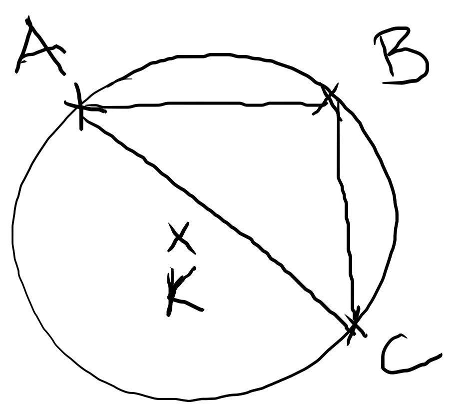
* centrés en $O(0;0)$: $c_1 = 0$ et $c_2 = 0$ $\Rightarrow$ $x^2 + y^2 = r^2$

* donnés par un diamètre AB : _ centre est le milieu de A, B



_ $r = \dfrac{\|\vec{AB}\|}{2} = \|\vec{AM_{AB}}\|$

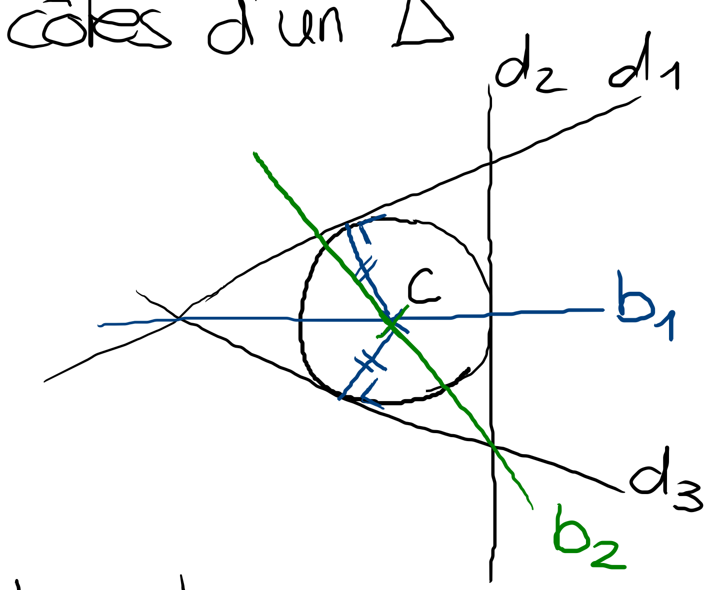
* cercle circonscrit à un triangle ou passant par 3 points :



_ centre est l'intersection des médiatrices (exple ex 3 Test 21.11.17)

_ $r = \|\vec{KA}\| = \|\vec{KB}\| = \|\vec{KC}\|$

* cercle inscrit dans un triangle ou tangent aux 3 côtés d'un Δ

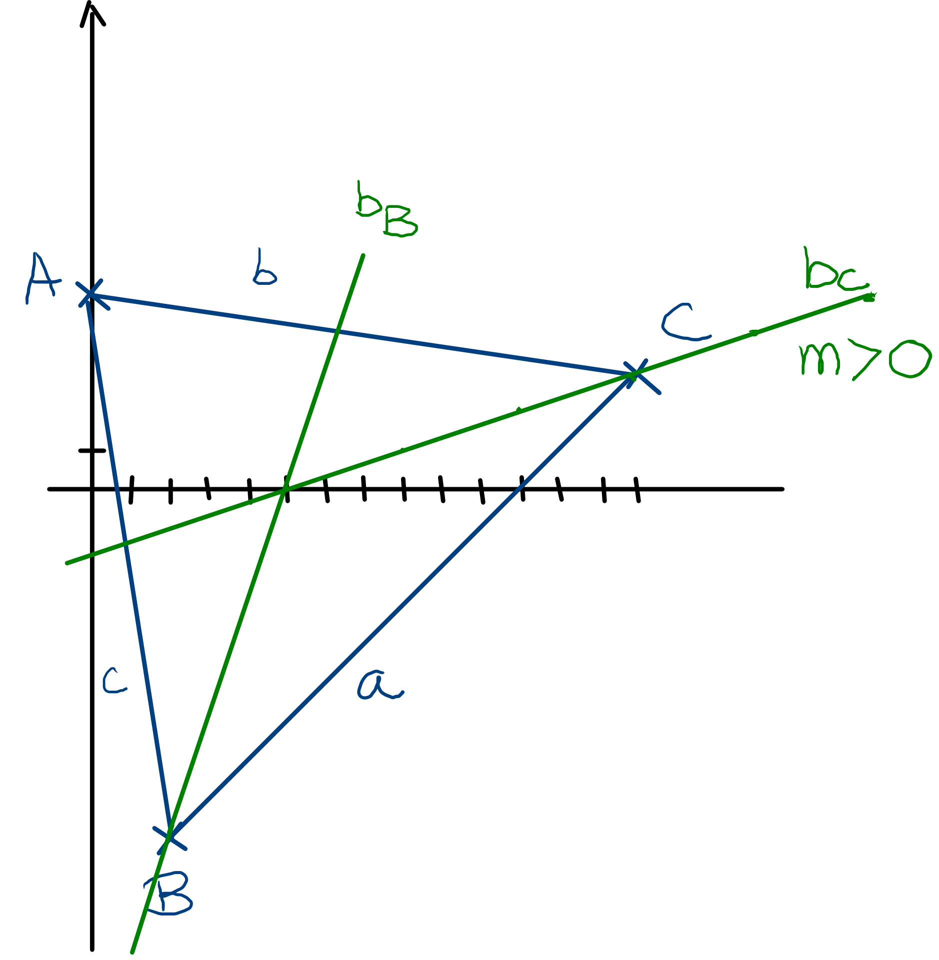


_ centre est l'intersection des bissectrices intérieures du Δ.

_ r = distance du centre au côté du triangle.

$r = \delta(C; d_1) = \delta(C; d_2) = \delta(C; d_3)$

Exemple ΔABC avec $A(0;5)$ $B(2;-9)$ $C(14;3)$



$a: \; x-y-11=0$

$b: \; x+7y-35=0$

$c: \; 7x+y-5=0$

$b_B: \; 3x-y-15=0$ bissectrice intérieure issue de B

$y=3x-15 \quad m=3 \quad h=-15$

Déterminer l'équation du cercle inscrit dans ΔABC

$\ast$ b_C : $\dfrac{x-y-11}{\underbrace{\sqrt{1^2+(-1)^2}}_{\sqrt{2}}} = \pm \dfrac{x+7y-35}{\underbrace{\sqrt{1^2+7^2}}_{\sqrt{50}=5\sqrt{2}}}$

$\dfrac{5(x-y-11)}{5\cdot\sqrt{2}} = \pm \dfrac{x+7y-35}{5\sqrt{2}} \quad \Big| \cdot 5\sqrt{2}$

$5(x-y-11) = \pm\left(x+7y-35\right)$

$\oplus$:

$5x-5y-55 = x+7y-35$

$4x-12y-20=0$

$x-3y-5=0$

$m = -\dfrac{1}{-3} = \dfrac{1}{3} > 0$ ✓

$\ominus$ pas nécessaire de calculer (ici)

$\ast$ $K = b_B \cap b_C$: $\begin{cases} 3x-y=15 \\ x-3y=5 \end{cases} \begin{array}{|l} -3 \\ 1 \end{array} \Rightarrow + \begin{array}{l} -9x+3y=-45 \\ x-3y=5 \\ \hline -8x = -40 \\ x=5 \end{array}$

$\overset{1^e \text{ équ.}}{\Rightarrow} \quad 3\cdot5-y=15$

$y=0 \quad \Rightarrow \quad K(5;0)$

$\ast$ $r = \delta(K;a) = \dfrac{|5-0-11|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}$

$= \dfrac{|-6|}{\sqrt{2}} = \dfrac{6}{\sqrt{2}}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$

$\ast$ $\gamma: (x-5)^2+y^2=18$