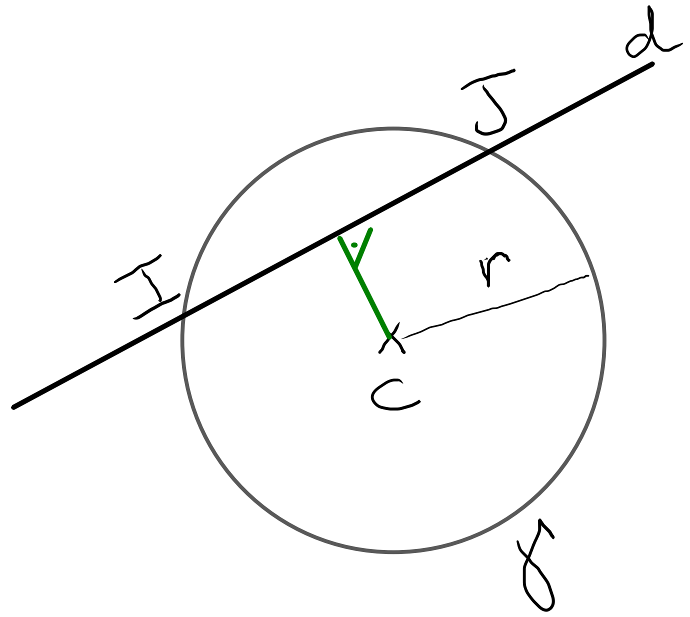
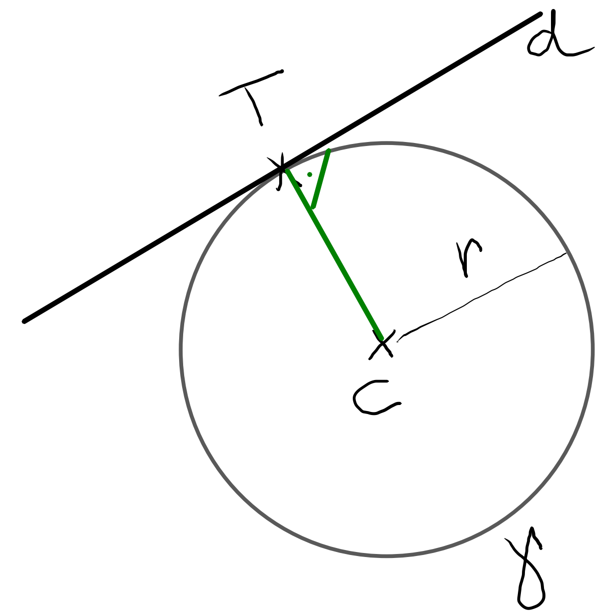
Position relative droite – cercle



sécants

2 pts d'∩

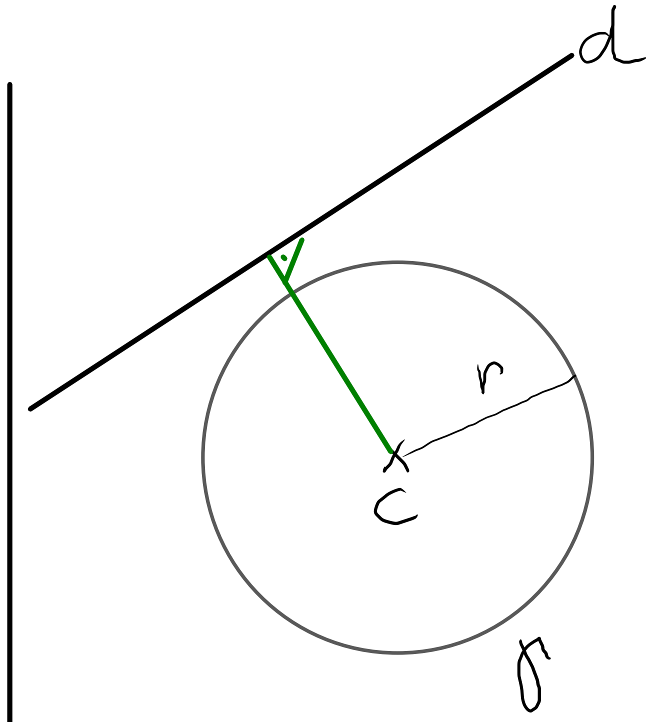
$\delta(C;d) < r$



tangents

1 pt d'∩

$\delta(C;d) = r$



disjoints

0 pt d'∩

$\delta(C;d) > r$

Exples

$\gamma : (x+1)^2 + (y-2)^2 = 25$

$d : 4x + 3y - 18 = 0$

$\Rightarrow C(-1;2)$ et $r = 5$

$$\delta(C;d) = \frac{|4\cdot(-1) + 3\cdot 2 - 18|}{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{16}{5} = 3{,}2 < 5$$

$\Rightarrow$ γ et d sont sécants

$\gamma : (x+1)^2 + (y-2)^2 = 25$

$e : 4x + 3y - 27 = 0$

C et r idem

$$\delta(C;e) = \frac{|4(-1) + 3\cdot 2 - 27|}{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{25}{5} = 5 = r$$

$\Rightarrow$ γ et e sont tgts

$\gamma : (x+1)^2 + (y-2)^2 = 25$

$f : 4x + 3y - 36 = 0$

$$\delta(C;f) = \ldots = \frac{34}{5} = 6{,}8 > 5$$

$\Rightarrow$ γ et f sont disjoints.

Pour déterminer le(s) point(s) d'intersection on résout le système formé de l'équation du cercle et de la droite :

$$\begin{cases} (x-c_1)^2+(y-c_2)^2 = r^2 \\ ax+by+c = 0 \end{cases}$$

par substitution, en isolant x ou y dans l'équation de la droite et on substitue dans l'équation du cercle

Exemple : $\gamma : (x+3)^2+(y-2)^2 = 25$ et $d : x+7y-36=0$

$$x = -7y+36$$

substitution

$$\Rightarrow (-7y+\underbrace{36+3}_{+39})^2+(y-2)^2 = 25$$

$$49y^2-546y+1521+y^2-4y+4 = 25$$

⚠ ne pas oublier les doubles produits $a^2 \pm 2ab + b^2$

$$50y^2-550y+1500 = 0$$

$$y^2-11y+30 = 0$$

$$(y-5)(y-6) = 0 \qquad \text{ou avec } \Delta = \ldots$$

$$y = \begin{cases} 5 \Rightarrow x = -7\cdot5+36 = 1 \Rightarrow I(1;5) \\ 6 \Rightarrow x = -7\cdot6+36 = -6 \Rightarrow J(-6;6) \end{cases}$$

ex 2.1.3 ... puis déterminer le(s) pt(s) d'∩ s'il y a lieu