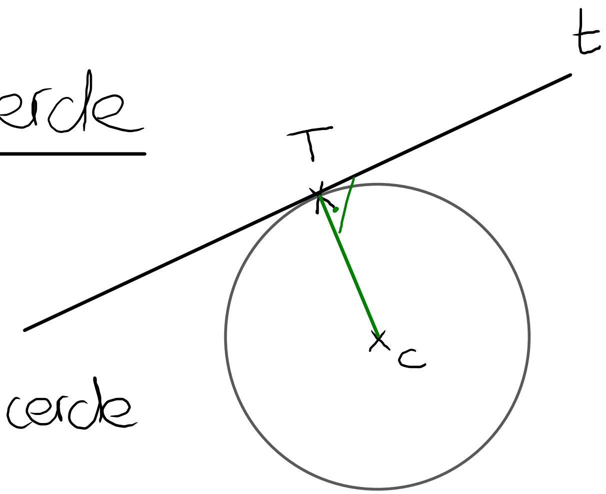
Tangente(s) à un cercle

1. passant par un point du cercle



Soit γ un cercle de centre C
et de rayon r et T un point du cercle

T est le point de tangence, on a donc $t \perp CT$

$\Rightarrow$ $\overrightarrow{CT}$ est un vecteur normal de t

Exemple $\gamma : (x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$ et $T(6;8)$

$C(3;4)$ et $r = 5$

1e $T \in \gamma$: $(6-3)^2 + (8-4)^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$ ✓

2e $\overrightarrow{CT} = \vec{n}_t$: $\overrightarrow{CT} = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \vec{n}_t \Rightarrow t : 3x + 4y + c = 0$

3e $T \in t$: $3 \cdot 6 + 4 \cdot 8 + c = 0 \Leftrightarrow c = -50$

$\Rightarrow$ $t : 3x + 4y - 50 = 0$

Il existe aussi une formule pour trouver la tangente passant par un point du cercle

formule du dédoublement :

$$\boxed{(t_1 - c_1)(x - c_1) + (t_2 - c_2)(y - c_2) = r^2}$$

car $\vec{CT} \perp \vec{TP}$

$\Leftrightarrow \vec{CT} \cdot \vec{TP} = 0$

avec $T(t_1 ; t_2)$

avec $P(x ; y)$ un pt de t

Avec le même exemple :

$$(x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$$

$$(x-3)(x-3) + (y-4)(y-4) = 25 \qquad \text{(on dédouble)}$$

$$(6-3)(x-3) + (8-4)(y-4) = 25$$

1e coord de T

2e coord de T

$$3(x-3) + 4(y-4) = 25$$

$$3x - 9 + 4y - 16 = 25$$

$$t : \quad 3x + 4y - 50 = 0$$