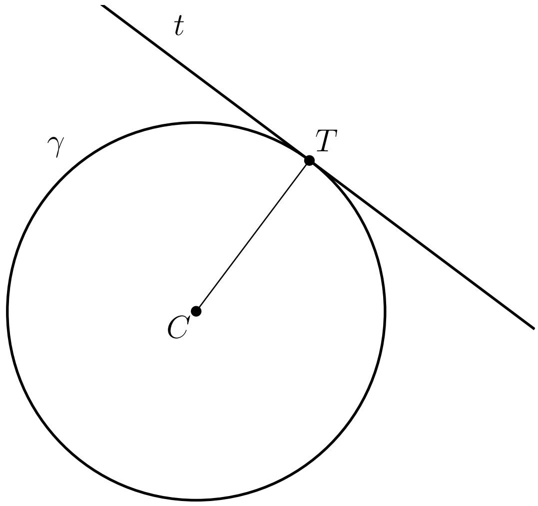
Tangente(s) à un cercle

Soit γ un cercle de centre C et de rayon r.

1. Tangente passant par un point du cercle



Le point T étant sur le cercle, il est le point de tangence. On a donc que t est la droite passant par T perpendiculaire au rayon CT.

$\overrightarrow{CT}$ est donc un vecteur normal à la droite t.

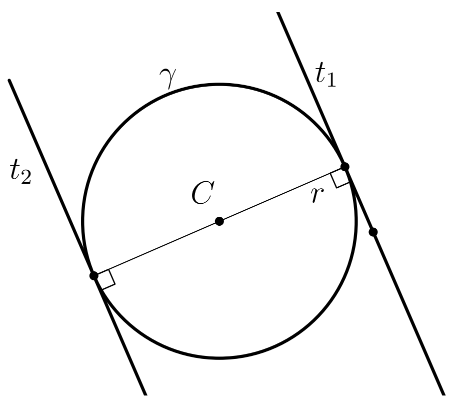
On peut également obtenir une équation cartésienne de la tangente par une méthode de **dédoublement**.

Si le cercle γ est donné par la forme normale $(x-c_1)^2+(y-c_2)^2=r^2$ et le point T de γ par $T(t_1;t_2)$, alors la tangente t à γ en T est d'équation :

$$\boxed{t : (t_1-c_1)(x-c_1)+(t_2-c_2)(y-c_2)=r^2}$$

Attention cette formule ne peut s'utiliser que si T est sur le cercle. Il est donc indispensable d'avoir étudié la position du point par rapport au cercle.

2. Tangentes de pente donnée



Soit m un nombre réel positif.

On veut déterminer les deux tangentes t_1 et t_2 de pente m.

On utilise la forme

$$y=mx+h \quad\Leftrightarrow\quad mx-y+h=0$$

et pour déterminer h on résout l'équation

$$\delta(C;t)=r$$

On obtient ainsi la formule : $\boxed{y-c_2=m(x-c_1)\pm r\sqrt{m^2+1}}$

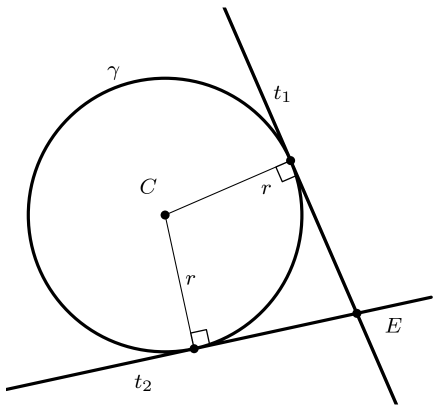
Tangentes par un point extérieur au cercle

Soit $E(e_1; e_2)$ un point à l'extérieur du cercle.

Il y a forcément deux tangentes au cercle passant par E.

La méthode que nous allons voir permet de trouver les tangentes non verticales.

On gardera en tête que si cette méthode n'aboutit qu'à une seule tangente, c'est que la deuxième est la droite verticale passant par E.



On utilise la forme

$$y = mx + h \quad \Leftrightarrow \quad mx - y + h = 0$$

et pour déterminer m et h on utilise les deux informations suivantes :

$$E \in t \quad et \quad \delta(C; t) = r$$

On peut également déterminer les pentes des tangentes en résolvant l'équation suivante :

$$\boxed{e_2 - c_2 = m(e_1 - c_1) \pm r\sqrt{m^2 + 1}}$$

puis on calcule h en utilisant le fait que $E \in t$.