Ch2 Analyse

Généralités sur les fonctions réelles d'une variable réelle

Rappels : 1) Une fonction f d'un ensemble A vers un ensemble B est relation qui fait correspondre à chaque élement de A un et un seul élt. de B

On note $f : A \longrightarrow B$
$\qquad x \longmapsto f(x) = y$

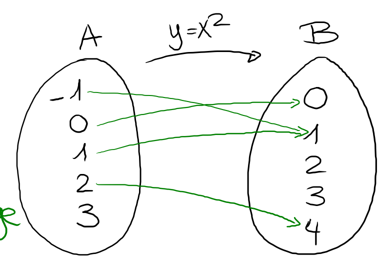
préimage de y par f — image de x par f

2) L'ensemble de définition de f est l'ensemble des nombres x pour lesquels $f(x)$ existe.

$$ED(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R} - \{\text{valeurs interdites}\}$$

Exemple $A = \{-1; 0; 1; 2; 3\}$ $\quad B = \{0; 1; 2; 3; 4\}$

$f : A \to B$
$\quad x \mapsto x^2$

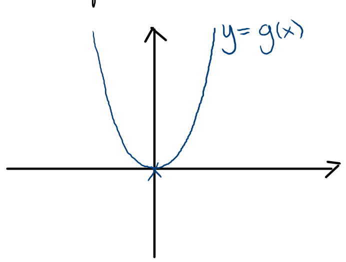


Est-ce une fonction ?

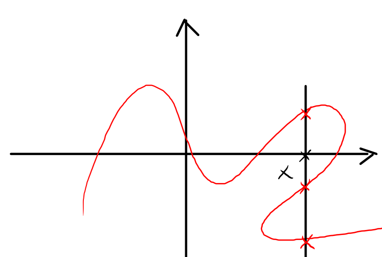
Non car 3 n'a pas d'image

$ED(f) = \{-1; 0; 1; 2\}$

$f : ED(f) \to B$ oui c'est une fonction



$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
$\quad x \mapsto x^2$



pas le graphe d'une fct.

Ensemble de définition

Rappel : opérations "interdites" :

1. pas de division par zéro
2. pas de racine de nbre négatif
3. pas de logarithme de nbre négatif ni nul
4. pas de tangente de $\frac{\pi}{2} + k\cdot\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

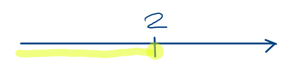
Exples :

a) $f(x) = \sqrt{5}\cdot x^2 + \sqrt{2}x - 3$ $\quad ED(f) = \mathbb{R}$

b) $f(x) = \dfrac{x}{\underbrace{x^2-3}_{(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})}}$ $\quad ED(f) = \mathbb{R} - \{\pm\sqrt{3}\}$

c) $f(x) = \sqrt{2-x}$ $\quad ED(f) =]-\infty\,;2]$

cond : $2-x \geqslant 0 \iff 2 \geqslant x$



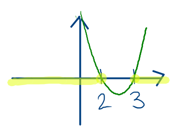
$g(x) = \sqrt{x^2-5x+6}$

cond : $x^2-5x+6 \geqslant 0$ $\quad ED(g) =]-\infty\,;2] \cup [3\,;+\infty[$

$(x-2)(x-3)$

$\downarrow \quad \downarrow$

$2 \quad\quad 3$



d) $f(x) = \ln(x^2-5x+6)$

cond : $x^2-5x+6 > 0$ $\quad ED(f) =]-\infty\,;2[\cup]3\,;+\infty[$

ex 2.3.1 $\quad ED(f) = \mathbb{R}$ + étude de signe

a) $f(x) = 4-5x$

zéro : $\frac{4}{5}$ $\quad$ signe :

ou

x		$4/5$	
	$+$	0	$-$

+ ex 2.3.2 $\quad ED(f)$ + signe

f) $f(x) = \dfrac{-5(4-x)^2}{(1-x^2)(2-x)} = \dfrac{-5(4-x)^2}{(1+x)(1-x)(2-x)}$

$\leftarrow$ zéro : 4 (double) (2)

$\leftarrow$ v.i. : -1 , 1 , 2

$\Rightarrow ED(f) = \mathbb{R} - \{-1\,;1\,;2\}$

x		-1		1		2		4	
sgn(f)	$+$	$\|$	$-$	$\|$	$+$	$\|$	$-$	0 (2)	$-$

$\leftarrow f(1000) : \frac{-}{+} = -$

ex 2.3.1

b)

x		-1		2	
sgn(f)	+	0	−	0	+

c)

x		-4		-2	
sgn(f)	−	0	−	0	+
		(2)			

d)

x		0		$1/3$		$3/2$	
sgn(f)	+	0	−	0	+	0	−

e)

x		-2		2	
sgn(f)	−	0	−	0	+
		(2)			

f)

x		-2		2	
sgn(f)	+	0	−	0	+