

Opérations sur les fonctions : +, -, ·, ÷

Soit f et g deux fonctions et leur $ED(f)$ et $ED(g)$

On définit la somme : $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$
la différence : $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$
le produit : $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

avec comme ensemble de définition $ED(f) \cap ED(g)$

et le quotient : $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

avec $ED\left(\frac{f}{g}\right) = ED(f) \cap \{x \in ED(g) \mid g(x) \neq 0\}$

Exemple : $f(x) = \frac{1}{x}$ $ED(f) = \mathbb{R}^*$

$g(x) = \frac{x+1}{x-3}$ $ED(g) = \mathbb{R} - \{3\}$

$$(f+g)(x) = \frac{1}{x} + \frac{x+1}{x-3} \quad ED(f+g) = \mathbb{R}^* - \{3\}$$
$$= \frac{x-3 + x^2 + x}{x(x-3)} = \frac{x^2 + 2x - 3}{x(x-3)}$$

$$(f-g)(x) = \frac{1}{x} - \frac{x+1}{x-3} \quad ED(f-g) = \mathbb{R}^* - \{3\}$$
$$= \frac{x-3 - x^2 - x}{x(x-3)} = \frac{-x^2 - 3}{x(x-3)}$$

$$(f \cdot g)(x) = \frac{1}{x} \cdot \frac{x+1}{x-3} \quad ED(f \cdot g) = \mathbb{R}^* - \{3\}$$
$$= \frac{x+1}{x(x-3)}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{\frac{1}{x}}{\frac{x+1}{x-3}} \quad ED\left(\frac{f}{g}\right) = \mathbb{R}^* - \{-1; 3\}$$

zéro de g

$$= \frac{1}{x} \cdot \frac{x-3}{x+1} = \frac{x-3}{x(x+1)}$$

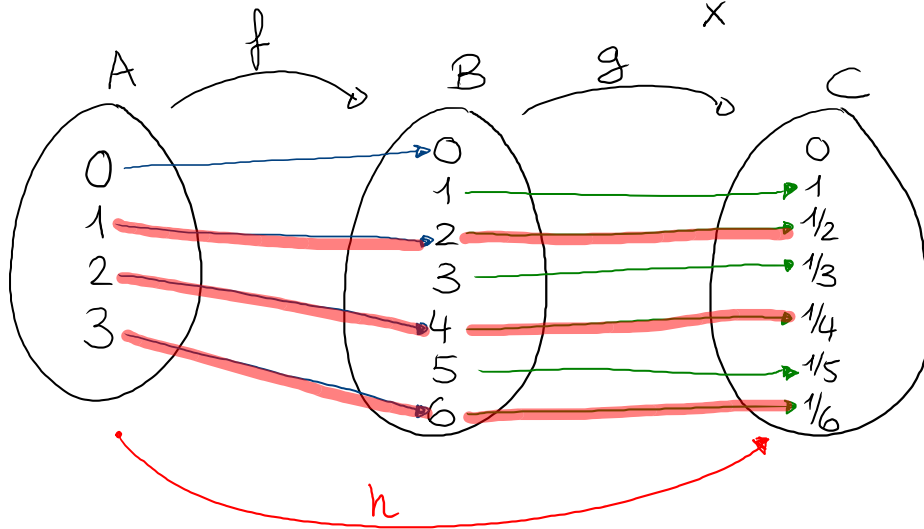
Composition de fonctions : 0

exple d'intro : $A = \{0, 1, 2, 3\}$ $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

et $C = \{0, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}\}$

$$f: A \rightarrow B \\ x \mapsto 2x$$

$$g: B - \{0\} \rightarrow C \\ x \mapsto \frac{1}{x}$$



$$h: A^* \rightarrow C \quad \text{on a } h = g \circ f \\ x \mapsto \frac{1}{2x}$$

Définition

La fonction composée $g \circ f$ de deux fonctions f et g est définie par $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

L'ensemble de définition est l'ensemble de tous les x de $ED(f)$ tels que $f(x) \in ED(g)$

$$\text{ou } ED(g \circ f) = \{ x \in ED(f) \mid f(x) \in ED(g) \}$$

Exple:

$$f(x) = \frac{1}{x-1}$$

$$ED(f) = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$g(x) = \frac{x+1}{x-2}$$

$$ED(g) = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{1}{x-1}\right)$$

$$= \frac{\frac{1}{x-1} + 1}{\frac{1}{x-1} - 2}$$

$$= \left(\frac{1}{x-1} + 1\right) \div \left(\frac{1}{x-1} - 2\right)$$

$$= \frac{1+x-1}{x-1} \div \frac{1-2(x-1)}{x-1}$$

$$= \frac{x}{x-1} \cdot \frac{x-1}{-2x+3}$$

$$= \frac{x}{-2x+3}$$

$$ED(g \circ f)(x) = \mathbb{R} - \left\{1; \frac{3}{2}\right\}$$

$$\frac{1}{x-1} \in ED(g) = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$\frac{1}{x-1} \neq 2 \Leftrightarrow \frac{1}{x-1} - 2 \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2x+3}{x-1} \neq 0$$

$$\Leftrightarrow x \neq \frac{3}{2}$$