

# Puissance à exposant rationnel ( $n \in \mathbb{Q}$ )

$$(7^3)^? = 7$$

$$? = \frac{1}{3}$$

$$(7^3)^{\frac{1}{3}} = 7^{3 \cdot \frac{1}{3}} = 7^1 \cdot 7$$

$$\sqrt[3]{7^3} = 7$$

$$\Rightarrow \sqrt[n]{a} = a^{1/n} \quad \text{avec } a = 7^3$$

Déf  $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$   $a \in \mathbb{R}_+$ ,  $n \in \mathbb{Z}^*$

propriété :  $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$   $a \in \mathbb{R}_+$ ,  $n \in \mathbb{Z}^*$ ,  $m \in \mathbb{Z}$

exemple : ex 4.1.13

$$a) \sqrt[3]{5^2} = 5^{\frac{2}{3}}$$

$$b) \sqrt[10]{7} = 7^{\frac{1}{10}}$$

$$c) -\underbrace{\sqrt[8]{7^2}}_{-\sqrt[4]{7}} = -7^{\frac{2}{8}} = -7^{\frac{1}{4}}$$

$$d) \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$$

$$e) \frac{1}{\sqrt{3}} = 3^{-1/2}$$

$$\parallel \parallel \\ \frac{1}{3^{1/2}}$$

$$g) \sqrt[4]{5} = 5^{\frac{1}{4}}$$

$$h) \sqrt[7]{3^7} = 3$$

$$f) \frac{8}{\sqrt[7]{4^3}} = 8 \cdot 4^{-\frac{3}{7}} \\ = 2^3 \cdot 2^{-\frac{6}{7}} \\ = 2^{\frac{15}{7}}$$

ex 4.1.14

a)  $7^{\frac{3}{2}} = \sqrt{7^3}$       b)  $3^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{3^2}$

c)  $64^{\frac{3}{2}} = \sqrt{64^3} (= 8^3 = 2^9)$       d)  $-M^{0,25} = -M^{\frac{1}{4}} = -\sqrt[4]{M}$

e)  $36^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{36^{-1}} = \frac{1}{\sqrt{36}}$       f)  $8^{-\frac{7}{5}} = \frac{1}{\sqrt[5]{8^7}}$

g)  $27^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{27}}$       h)  ~~$(-3)^{0,5} = (-3)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{-3}$~~   
*impossible*

$-3^{0,5} = -3^{\frac{1}{2}} = -\sqrt{3}$

ex 4.1.10

h)  $\sqrt{2\sqrt[3]{2}} = \sqrt{\sqrt[3]{2^3 \cdot 2}} = \sqrt[6]{2^4} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$  (avec racines)

avec exposants rationnels :

$= (2 \cdot 2^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}} = (2^{\frac{4}{3}})^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$

ex 4.1.11

a)  $\sqrt[5]{a^3} (\sqrt[5]{a})^2 = a^{\frac{3}{5}} \cdot a^{\frac{2}{5}} = a$

exple calculer :  $(25 - 81^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} = (25 - 9)^{\frac{1}{2}} = 16^{\frac{1}{2}} = 4$

ex 4.1.11

i)  $\frac{\sqrt[3]{a^4}}{\sqrt{a}} = a^{\frac{4}{3} - \frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{a^5}$

k)  $\frac{\sqrt{a^3} \sqrt{a}}{\sqrt[4]{a^3}} = a^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{3}{4}} = a^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{a}$