Math II

Ex 2.3/9

a) $f(x) = 9x^4 - 3x^2 + 2$ $\quad ED(f) = \mathbb{R}$ 1)

$f(-x) = 9x^4 - 3x^2 + 2 = f(x)$ 2) $\Rightarrow$ $f$ est paire

b) $f(x) = x^3 - 2x$ $\quad ED(f) = \mathbb{R}$

$f(-x) = -x^3 + 2x = -(x^3 - 2x) = -f(x)$ $\Rightarrow$ $f$ est impaire

c) $f(x) = 5$ $\quad ED(f) = \mathbb{R}$

$f(-x) = 5 = f(x)$ $\Rightarrow$ $f$ est paire

d) $f(x) = x^2 + 8x + 2$ $\quad ED(f) = \mathbb{R}$

$f(-x) = x^2 - 8x + 2 \neq f(x)$

$\neq -f(x)$ $\Rightarrow$ $f$ est ni p. ni imp.

e) $f(x) = \frac{3x^2 - 2}{2x}$ $\quad ED(f) = \mathbb{R}^*$

$f(-x) = \frac{3x^2 - 2}{-2x} = -\frac{3x^2 - 2}{2x} = -f(x)$ $\Rightarrow$ $f$ est impaire

f) $f(x) = \frac{x^5 - x}{x^2 + 1}$ $\quad ED(f) = \mathbb{R}$

$f(-x) = \frac{-x^5 + x}{x^2 + 1} = -\frac{x^5 - x}{x^2 + 1} = -f(x)$ $\Rightarrow$ $f$ est impaire

g) $f(x) = \frac{x}{x+2} + \frac{x}{x-2}$ $\quad ED(f) = \mathbb{R} - \{\pm 2\}$

$f(-x) = \frac{-x}{-x+2} + \frac{-x}{-x-2} = \frac{-x}{-(x-2)} + \frac{-x}{-(x+2)} = \frac{x}{x-2} + \frac{x}{x+2}$

$= f(x)$ $\Rightarrow$ $f$ est paire.

h) $f(x) = x^6 + 3x^2 - \frac{1}{x}$ $\quad ED(f) = \mathbb{R}^*$

$f(-x) = x^6 + 3x^2 + \frac{1}{+x} \neq f(x)$

$\neq -f(x)$ $\Rightarrow$ $f$ est ni p. ni imp.

i) $f(x) = \sqrt{x}$ $\quad ED(f) = \mathbb{R}_+^*$ $\Rightarrow$ $f$ est ni p. ni imp.

j) $f(x) = \sqrt{9-x^2}$ $\quad ED(f) = [-3;3]$

$f(-x) = \sqrt{9-x^2} = f(x)$ $\Rightarrow$ $f$ est paire

k) $f(x) = |x^3-3x| + 1$ $\quad ED(f) = \mathbb{R}$

$f(-x) = |-x^3+3x| + 1 = |x^3-3x| + 1$ $\Rightarrow$ $f$ est paire.

l) $f(x) = \dfrac{x}{|x|-1}$ $\quad ED(f) = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$

$f(-x) = \dfrac{-x}{|-x|-1} = \dfrac{-x}{|x|-1} = -f(x)$ $\Rightarrow$ $f$ est impaire.

m) $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$ $\quad ED(f) = \mathbb{R}$

$f(-x) = \sin(-x) + \cos(-x) = -\sin(x) + \cos(x) \neq f(x)$

$\neq -f(x)$

$\Rightarrow$ $f$ est ni paire ni impaire.

n) $f(x) = \sin^2(x) \cdot \cos(x)$ $\quad ED(f) = \mathbb{R}$

$f(-x) = \sin^2(-x) \cdot \cos(-x) = (-\sin(x))^2 \cdot \cos(x) = \sin^2(x) \cdot \cos(x)$

$= f(x)$ $\Rightarrow$ $f$ est paire.

## Ex 2.3.20

a) $f$ et $g$ sont paires donc $ED(f)$ et $ED(g)$ sont symétriques p.r. à 0
et $f(-x) = f(x)$ et $g(-x) = g(x)$

$(f+g)(-x) = f(-x) + g(-x) = f(x) + g(x) = (f+g)(x) \Rightarrow f+g$ est paire
$(f \cdot g)(-x) = f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x) = (f \cdot g)(x) \Rightarrow f \cdot g$ est paire
$(f \circ g)(-x) = f(g(-x)) = f(g(x)) = (f \circ g)(x) \Rightarrow f \circ g$ est paire ⊛
$(g \circ f)(-x) = g(f(-x)) = g(f(x)) = (g \circ f)(x) \Rightarrow g \circ f$ est paire. ⊛

b) $f$ et $g$ sont impaires donc $ED(f)$ et $ED(g)$ sont symétriques p.r. à 0
et $f(-x) = -f(x)$ et $g(-x) = -g(x)$

$(f+g)(-x) = f(-x) + g(-x) = -f(x) - g(x) = -(f(x) + g(x)) = -(f+g)(x) \Rightarrow$ impaire
$(f \cdot g)(-x) = f(-x) \cdot g(-x) = -f(x) \cdot (-g(x)) = f(x) \cdot g(x) = (f \cdot g)(x) \Rightarrow$ paire
$(f \circ g)(-x) = f(g(-x)) = f(-g(x)) = -f(g(x)) = -(f \circ g)(x) \Rightarrow$ impaire ⊛
$(g \circ f)(-x) = g(f(-x)) = g(-f(x)) = -g(f(x)) = -(g \circ f)(x) \Rightarrow$ impaire. ⊛

⊛ en supposant les ED symétriques p.r. à 0.