Ex 2.1.9

$d: 4x-5y-3=0 \qquad t_1: 2x-3y-10=0 \qquad t_2: 3x-2y+5=0$

* cercle tgt à $t_1$ et $t_2$ donc centre sur bissectrices de $t_1$ et $t_2$ :

$$\frac{2x-3y-10}{\underbrace{\sqrt{2^2+(-3)^2}}_{\sqrt{13}}} = \pm \frac{3x-2y+5}{\underbrace{\sqrt{3^2+(-2)^2}}_{\sqrt{13}}} \quad \Big| \cdot \sqrt{13}$$

$$2x-3y-10 = \pm(3x-2y+5)$$

$\oplus$ $2x-3y-10 = 3x-2y+5$

$-x-y-15=0$

$b_1: \underline{x+y+15=0}$

$\ominus$ $2x-3y-10 = -3x+2y-5$

$5x-5y-5=0$

$b_2: \underline{x-y-1=0}$

* $C_1 = d \cap b_1$ : $\begin{cases} 4x-5y=3 & \big| 1 \\ x+y=-15 & \big| 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{rl} 4x-5y &= 3 \\ 5x+5y &= -75 \\ \hline 9x &= -72 \\ x &= -8 \end{array}$

$\overset{(2^e)}{\Rightarrow}$ $-8+y=-15$
$y=-7$ $\Rightarrow$ $\underline{C_1(-8;-7)}$

$$r_1 = \delta(C_1;t_1) = \frac{|2\cdot(-8)-3\cdot(-7)+10|}{\sqrt{2^2+(-3)^2}} = \frac{|-5|}{\sqrt{13}} = \frac{5}{\sqrt{13}} = \underline{\frac{5\sqrt{13}}{13}}$$

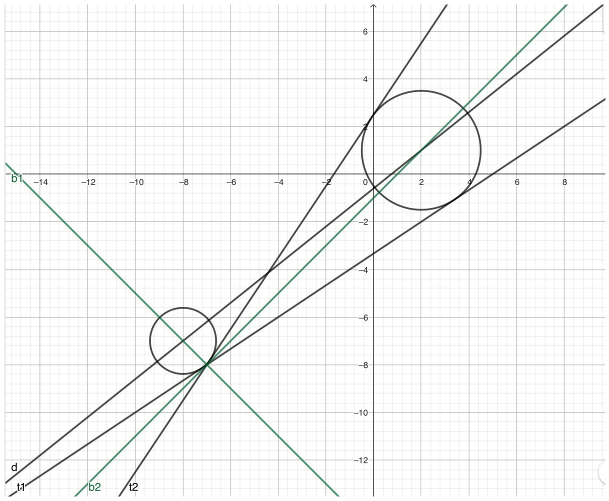
$\Rightarrow \underline{\gamma_1: (x+8)^2+(y+7)^2 = \frac{25}{13}}$

* $C_2 = d \cap b_2$ : $\begin{cases} 4x-5y=3 & \big| 1 \\ x-y=1 & \big| -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{rl} 4x-5y &= 3 \\ -5x+5y &= -5 \\ \hline -x &= -2 \\ x &= 2 \end{array}$

$\overset{(2^e)}{\Rightarrow}$ $2-y=1$
$y=1$ $\Rightarrow$ $\underline{C_2(2;1)}$

$$r_2 = \delta(C_2;t_1) = \frac{|2\cdot(2)-3\cdot(1)+10|}{\sqrt{2^2+(-3)^2}} = \frac{9}{\sqrt{13}} = \underline{\frac{9\sqrt{13}}{13}}$$

$\Rightarrow \underline{\gamma : (x-2)^2+(y-1)^2 = \frac{81}{13}}$



## Ex 2.1.10

$d: \ 2x+y=0 \qquad t_1: \ 4x-3y+10=0 \qquad t_2: \ 4x-3y-30=0$

$*$ cercle tgt à $t_1$ et $t_2$ donc centre sur bissectrices de $t_1$ et $t_2$ :

$$\frac{4x-3y+10}{\underbrace{\sqrt{4^2+(-3)^2}}_{5}} = \pm \frac{4x-3y-30}{\underbrace{\sqrt{4^2+(-3)^2}}_{5}} \quad \Big| \cdot 5$$

$$4x-3y+10 = \pm(4x-3y-30)$$

$\oplus$ : $4x-3y+10 = 4x-3y-30$
$40 = 0$ ↯

$\ominus$ : $4x-3y+10 = -4x+3y+30$
$8x-6y-20=0$
$b_2: \ 4x-3y-10=0$

les droites $t_1$ et $t_2$ étant parallèles il n'y a qu'une seule bissectrice, // à $t_1$ et $t_2$ et qui se trouve au milieu des deux dtes donc $c = \frac{c_1+c_2}{2}$ (a et b identiques car //)

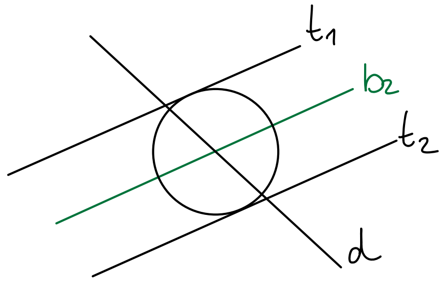
$*$ $C = d \cap b_2 \Rightarrow \begin{cases} 2x+y=0 \\ 4x-3y=10 \end{cases} \Big| \begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix} \Rightarrow + \begin{matrix} 6x+3y=0 \\ 4x-3y=10 \end{matrix}$

$10x = 10$
$x = 1$ $\overset{1^e \text{eq.}}{\Longrightarrow}$ $2+y=0 \Leftrightarrow y=-2$

$\Rightarrow C(1;-2)$

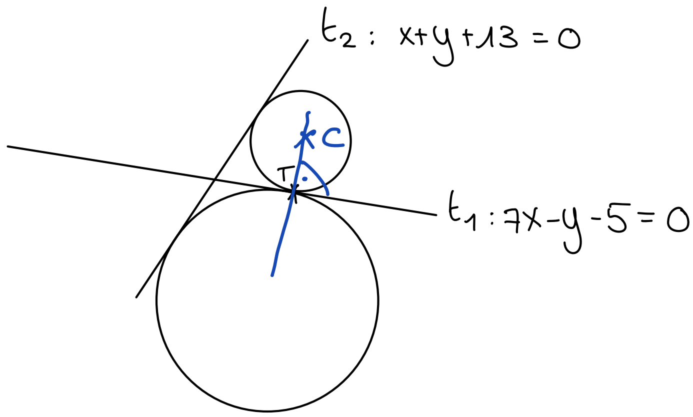
$*$ $r = \delta(C;t_1) = \dfrac{|4\cdot1-3\cdot(-2)+10|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}} = \dfrac{20}{5} = 4$

$\Rightarrow \gamma: \ (x-1)^2+(y+2)^2 = 16$



Ex 2.1.12

* $T(1;2) \in t_1$ car $7 \cdot 1 - 2 - 5 = 0$




* cercle tgt à $t_1$ et $t_2$ donc centre sur bissectrices de $t_1$ et $t_2$ :

$$\frac{7x-y-5}{\underbrace{\sqrt{49+1}}_{\sqrt{50}=5\sqrt{2}}} = \pm \frac{x+y+13}{\underbrace{\sqrt{1+1}}_{\sqrt{2}}}$$

$$\frac{7x-y-5}{5\sqrt{2}} = \pm \frac{5(x+y+13)}{5\sqrt{2}} \Leftrightarrow 7x-y-5 = \pm 5(x+y+13)$$

(+) $7x-y-5 = 5x+5y+65$
$2x-6y-70=0$
$b_1 : x-3y-35=0$

(−) $7x-y-5 = -5x-5y-65$
$12x+4y+60=0$
$b_2 : 3x+y+15=0$

* Comme T est le point de contact (ou de tangence) et que $T \in t_1$, le centre se trouve sur une droite p perpendiculaire à $t_1$ (la tangente et la droite passant par le centre et le point de tangence sont tjrs perpendiculaires.)

$\Rightarrow$ $p : x+7y+c=0$ et

$T \in p \Rightarrow 1+7\cdot 2+c=0 \Leftrightarrow c=-15 \Rightarrow$ $p : x+7y-15=0$

* $C_1 = p \cap b_1 : \begin{cases} x+7y=15 & \vert\ 1 \\ x-3y=35 & \vert\ -1 \end{cases}$

$$\begin{array}{r} x+7y=15 \\ -x+3y=-35 \\ \hline 10y=-20 \end{array} \Leftrightarrow y=-2$$

$\overset{1^{re}\text{éq.}}{\Rightarrow}$ $x-14=15 \Leftrightarrow x=29 \Rightarrow C_1(29;-2)$

* $r_1 = \delta(C_1;t_2) = \dfrac{|29-2+13|}{\sqrt{1+1}} = \dfrac{40}{\sqrt{2}} = 20\sqrt{2}$ ou $\delta(C_1;T) = \|\overrightarrow{C_1T}\|$

$\Rightarrow$ $\gamma_1 : (x-29)^2+(y+2)^2 = 800$

$* \quad C_2 = p \cap b_2 : \begin{cases} x + 7y = 15 \\ 3x + y = -15 \end{cases} \left| \begin{array}{l} 3 \\ -1 \end{array} \right. \qquad \begin{array}{r} 3x + 21y = 45 \\ -3x \quad - y = 15 \\ \hline 20y = 60 \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad y = 3$

$\overset{1^{re}\text{éq.}}{\Rightarrow} \quad x + 21 = 15 \quad \Leftrightarrow \quad x = -6 \quad \Rightarrow \quad C(-6;3)$

$* \quad r_2 = \delta(C_2 ; t_2) = \dfrac{|-6+3+13|}{\sqrt{1+1}} = \dfrac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$

$\Rightarrow \quad \gamma_1 : (x+6)^2 + (y-3)^2 = 50$