

Ex 1

$$\begin{array}{r|l}
 a) & \begin{array}{r}
 x^4 - 3x^2 + 4 \\
 \underline{-x^4 + 2x^3} \\
 2x^3 - 3x^2 + 4 \\
 \underline{-2x^3 + 4x^2} \\
 x^2 + 4 \\
 \underline{-x^2 + 2x} \\
 2x + 4
 \end{array} \\
 & \begin{array}{l}
 x^2 - 2x \\
 \hline
 x^2 + 2x + 1
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\Rightarrow \underline{P(x) = (x^2 - 2x)(x^2 + 2x + 1) + 2x + 4}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 b) & 1 & 0 & 1 & -1 & 1 \\
 3 & & 3 & 9 & 30 & 87 \\
 \hline
 & 1 & 3 & 10 & 29 & 88
 \end{array}$$

$$\Rightarrow \underline{P(x) = (x-3)(x^3 + 3x^2 + 10x + 29) + 88}$$

Ex 2

$F(-2) = (-2)^4 - 3(-2)^2 + 7 \cdot (-2) - 2 = 16 - 12 - 14 - 2 = -12$ c'est le reste de la division de $F(x)$ par $G(x)$, et comme ce reste $\neq 0$ alors $F(x)$ n'est pas divisible par $G(x)$.

Rem : on peut aussi calculer le reste en effectuant la division (mais c'est plus long).

Ex 3

$$P(2) = 32 - 128 + 112 - 20 + 22 - 18 = 0$$

ce qui prouve que 2 est un zéro de $P(x)$.

Ex 4

$$a) 4x^3 + 8x^2 - 60x \stackrel{HEE}{=} 4x(x^2 + 2x - 15) \stackrel{SP}{=} \underline{4x(x-3)(x+5)}$$

$$b) x^4 - 3x^3 - 8x + 24 \stackrel{GR}{=} x^3(x-3) - 8(x-3) = (x-3)(x^3 - 8) \stackrel{PR}{=} \underline{(x-3)(x-2)(x^2 + 2x + 4)}$$

\downarrow
 $\Delta = 4 - 16 < 0$

$$c) x^3 - 2x^2 - 11x + 12 = p(x)$$

si $x=1$: $1 - 2 - 11 + 12 = 0$ donc 1 est un zéro.

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -2 & -11 & 12 \\ 1 & & 1 & -1 & -12 \\ \hline & 1 & -1 & -12 & 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow p(x) = (x-1)(x^2-x-12) \stackrel{\text{Div}}{=} \stackrel{\text{SP}}{=} \underline{(x-1)(x+3)(x-4)}$$

$$d) x^3 - 6x^2 + 12x - 8 \stackrel{\text{PR}}{=} \underline{(x-2)^3}$$

Ex 5

$$a) -5x^3(x-3)(x^2-16)(x^2-14x+49) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{cccccc} -5x^3(x-3)(x+4)(x-4)(x-7)^2 = 0 & \Rightarrow & \underline{S = \{-4; 0; 3; 4; 7\}} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ 0 & 3 & -4 & 4 & 7 & \end{array}$$

$$b) 4x^2 + 11x = 3$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 11x - 3 = 0 \quad \Delta = 11^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-3) = 169$$

$$\Leftrightarrow x_{1,2} = \frac{-11 \pm 13}{8} = \begin{cases} -\frac{24}{8} = -3 \\ \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \underline{S = \{-3; \frac{1}{4}\}}$$

$$c) 2x^4 - 13x^3 + 9x^2 + 40x + 16 = 0$$

$$\text{si } x=1 : 2 - 13 + 9 + 40 + 16 \neq 0$$

$$x=-1 : 2 + 13 + 9 - 40 + 16 = 0 \checkmark$$

$$\begin{array}{c|ccccc} -1 & 2 & -13 & 9 & 40 & 16 \\ & & -2 & 15 & -24 & -16 \\ \hline & 2 & -15 & 24 & 16 & 0 \\ 4 & & 8 & -28 & -16 & \\ \hline & 2 & -7 & -4 & 0 & \end{array}$$

$$\Rightarrow p(x) = (x+1)(2x^3 - 15x^2 + 24x + 16)$$

$$\text{si } x=2 : 16 - 60 + 48 + 16 \neq 0$$

$$\text{si } x=4 : 128 - 240 + 96 + 16 = 0 \checkmark$$

$$\Rightarrow (x+1)(x-4)(2x^2-7x-4) = 0$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \Delta = 49 + 4 \cdot 2 \cdot 4 = 81 \\ -1 & 4 & \Rightarrow x_{1,2} = \frac{7 \pm 9}{4} = \begin{cases} 4 \\ -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \underline{S = \{-1; -\frac{1}{2}; 4\}} \end{array}$$