Division

ex 2.3.21

d)

$$
\begin{array}{rrrrr|l}
6x^4 & +4x^3 & -7x^2 & & & 2x^2-3 \\
\cline{6-6}
-6x^4 & & +9x^2 & & & 3x^2+2x+1 \\
\cline{1-3}
 & 4x^3 & +2x^2 & & & \\
 & -4x^3 & & +6x & & \\
\cline{2-4}
 & & 2x^2 & +6x & & \\
 & & -2x^2 & & +3 & \\
\cline{3-5}
 & & & 6x & +3 &
\end{array}
$$

Eg. fond. : $6x^4+4x^3-7x^2 = (2x^2-3)(3x^2+2x+1) + 6x+3$

Divisibilité par x-a

Soit $p(x)$ un polynôme de variable x

Alors $p(x)$ est divisible par $x-a$

$\iff$ $r = p(a) = 0$ (le reste de la div. par $x-a$ est nul)

$\iff$ a est un zéro de $p(x)$

$\iff$ $p(x) = (x-a)\,q(x)$ ($p(x)$ est factorisable et $x-a$ est un facteur)

ex 2.3.22

$$p(x) = 2x^3 + 3x^2 - 11x - 6$$

candidats : $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$

$p(-1) = -2+3+11-6 \neq 0$

$p(-2) = \ldots \neq 0$

$p(-3) = -2\cdot 27 + 3\cdot 9 + 11\cdot 3 - 6 = 0$ ✓

	2	3	−11	−6
−3		−6	9	6
	2	−3	−2	0

$q(x) = 2x^2 - 3x - 2$

$$\Rightarrow \quad p(x) = (x+3)(2x^2-3x-2) = (x+3)\cdot 2\left(x+\tfrac{1}{2}\right)(x-2) = (x+3)(2x+1)(x-2)$$

$\Delta = 9 - 4\cdot 2\cdot(-2) = 25$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm 5}{4} = \begin{cases} -1/2 \\ 2 \end{cases}$$

Equations

de degré 1 : on isole x $\quad 2x+1=0 \Leftrightarrow 2x=-1 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$

de degré 2 : * par factorisation si le trinôme est unitaire :

$$x^2+6x=-5$$
$$x^2+6x+5=0$$

⚠ égaler à 0

$$(x+5)(x+1)=0$$
$$-5 \qquad -1$$

* sinon avec $\Delta = \ldots$

de degré > 2 : par factorisation après avoir égalé à 0 un des membres de l'équation.

Ex 2.3.25

a) $x^3+2x^2-x-2=0$

$$x^2(x+2)-(x+2)=0$$
$$(x+2)(x^2-1)=0$$
$$(x+2)(x+1)(x-1)=0 \quad \Rightarrow \quad S=\{-2\,;-1\,;1\}$$

Ex 2.3.26

d) $x^3+5x^2-8x-48=0$

candidats : $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 8, \pm 12, \pm, \ldots$

$$p(2) = 8+20-16-48 \neq 0$$
$$p(3) = 27+45-24-48 = 0 \quad \ldots$$