Ensemble de définition

Soit f une fonction.

<u>Déf</u> : l'ensemble de définition de f est l'ensemble des valeurs que x peut prendre pour lesquelles $f(x)$ est défini.

ou $ED(f) = \{ x \mid f(x) \text{ est défini} \}$

tel que

Pour déterminer l'$ED(f)$ on commence par déterminer les valeurs à exclure ou valeurs interdites (v.i.). Elles correspondent à trois opérations interdites :

- pas de division par zéro
- pas de racine carrée de nbres négatifs
- pas de logarithme de " " ou nul

- lorsqu'il n'y a pas de v.i. : $ED(f) = \mathbb{R}$ — exples : $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$, $f(x) = e^{3x-5}$

- lorsque la fonction est rationnelle $f(x) = \dfrac{N(x)}{D(x)}$ — cond : $D(x) \neq 0$ la résolution de cette "équation" nous donne les v.i.

  $\Rightarrow ED(f) = \mathbb{R} - \{ v.i. \}$

- lorsque la fonction est irrationnelle : $f(x) = \sqrt{p(x)}$ — cond : $p(x) \geqslant 0$ il s'agit de résoudre une inéquation qu'on résout avec un tableau de signe de $p(x)$

  $\Rightarrow ED(f) = \{ x \in \mathbb{R} \mid p(x) \geqslant 0 \}$

- lorsque la fonction est logarithmique : $f(x) = \ln(p(x))$ — cond : $p(x) > 0$ " " "

  $\Rightarrow ED(f) = \{ x \in \mathbb{R} \mid p(x) > 0 \}$

Exples

a) $f(x) = \dfrac{1}{x^2-1}$ cond : $\underbrace{x^2-1}_{(x+1)(x-1)} \neq 0 \iff x \neq \pm 1$

$(x+1) \to -1$, $(x-1) \to 1$

$ED(f) = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$

b) $f(x) = \sqrt{x^2-1}$ cond : $x^2 - 1 \geq 0$

$(x+1)(x-1)$: $(x+1) \to -1$, $(x-1) \to 1$

x		-1		1	
x^2-1	$+$	0	$-$	0	$+$

$ED(f) =]-\infty ; -1] \cup [1 ; +\infty[$

c) $f(x) = \ln(x^2-1)$ cond : $x^2 - 1 > 0$ signe : idem b)

$ED(f) =]-\infty ; -1[\cup]1 ; +\infty[$