

Ex 2.4.2

$$\text{a) } {}^r f_1 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto x$$

$$\text{b) } {}^r f_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{x}{3}$$

$$\text{c) } {}^r f_3 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{x-3}{2}$$

$$\text{d) } {}^r f_4 : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}^* \\ x \mapsto \frac{1}{x}$$

$$\text{e) } {}^r f_5 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \sqrt[3]{x}$$

$$\text{f) } {}^r f_6 : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \\ x \mapsto x+3$$

$$\text{g) } y = \frac{2x+1}{x-1} \Rightarrow y(x-1) = 2x+1 \Rightarrow xy - 2x = y+1 \Rightarrow x = \frac{y+1}{y-2}$$

$${}^r f_7 : \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R} - \{1\} \\ x \mapsto \frac{x+1}{x-2}$$

$$\text{h) } y = \frac{x+1}{x-1} \Rightarrow y(x-1) = x+1 \Rightarrow xy - x = y+1 \Rightarrow x = \frac{y+1}{y-1}$$

$${}^r f_8 : \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{1\} \\ x \mapsto \frac{x+1}{x-1}$$

Ex 2.4.3

a) $f(x) = x^2$ $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$
 $x \mapsto x^2$ est une bijection

$\text{rf}: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$
 $x \mapsto \sqrt{x}$

b) $f(x) = x^2 + x - 6 = (x+3)(x-2)$ zéros: -3 et 2 et $S(-\frac{1}{2}; -\frac{25}{4})$
 $(x_s = \frac{-3+2}{2} = -\frac{1}{2}$ et $f(x_s) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 6 = -\frac{25}{4})$

$\Rightarrow f: [-\frac{1}{2}; +\infty[\rightarrow [-\frac{25}{4}; +\infty[$ est bijective

$$y = x^2 + x - 6$$

$$x^2 + x - (y+6) = 0$$

$$\Delta = 1 - 4 \cdot 1 \cdot (-y+6) = 1 + 4y + 24 = 4y + 25 \geq 0 \quad \text{vu l'ens. d'arrivée.}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{4y+25}}{2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{y + \frac{25}{4}}$$

$\Rightarrow \text{rf}: [-\frac{25}{4}; +\infty[\rightarrow [-\frac{1}{2}; +\infty[$
 $x \mapsto -\frac{1}{2} + \sqrt{x + \frac{25}{4}}$

c) $f(x) = -x^2 + 4x = x(-x+4)$ zéros: 0 et 4 $S(2; 4)$

$\Rightarrow f: [2; +\infty[\rightarrow]-\infty; 4]$ est bijective.



$$y = -x^2 + 4x$$

$$x^2 - 4x + y = 0 \quad \Delta = 16 - 4y = 4(4-y) \geq 0 \quad \text{car } y \leq 4$$

$$\Rightarrow x = \frac{4 \pm 2\sqrt{4-y}}{2} = 2 \pm \sqrt{4-y}$$

$\Rightarrow \text{rf}:]-\infty; 4] \rightarrow [2; +\infty[$
 $x \mapsto 2 + \sqrt{4-x}$