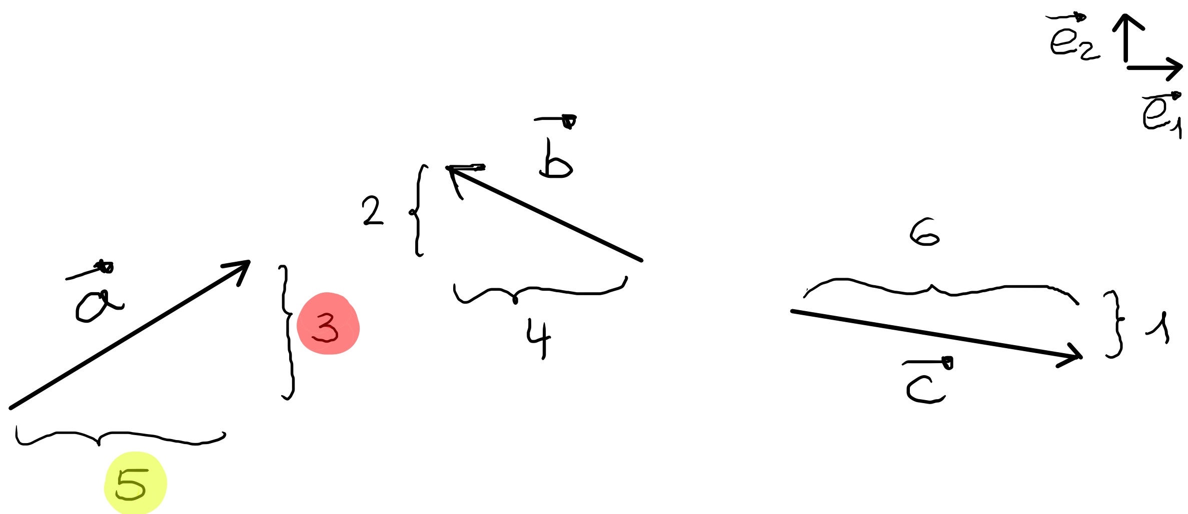
## 1.2 Base de vecteurs



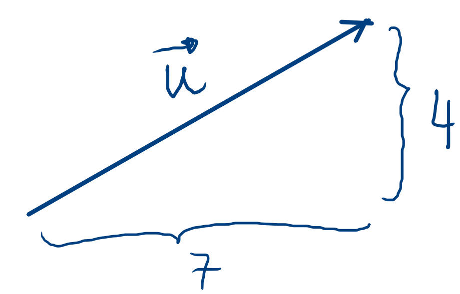

On aimerait calculer $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ sans dessiner le vecteur $\vec{u}$

1e exprimer $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$ comme combinaison linéaire de $\vec{e}_1$ et $\vec{e}_2$

$$\vec{a} = 5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 \qquad \vec{b} = -4\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 \qquad \vec{c} = 6\vec{e}_1 - \vec{e}_2$$

2e on additionne

$$\begin{aligned} \vec{u} &= 5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + (-4\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2) + 6\vec{e}_1 - \vec{e}_2 \\ &= 7\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 \end{aligned}$$




Pour simplifier l'écriture de ces vecteurs on écrit :

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \vec{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 - 4 + 6 \\ 3 + 2 - 1 \end{pmatrix}$$

**Définition** : . Une base des vecteurs du plan est un couple de vecteurs non colinéaires. On note $\mathcal{B} = (\vec{e_1}\,;\,\vec{e_2})$

. Dans la base $\mathcal{B}$, les composantes de $\vec{a}$ sont les deux nombres $a_1$ et $a_2$ tels que

1e cpste de $\vec{a}$

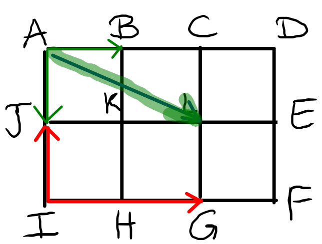
$$\vec{a} = a_1 \cdot \vec{e_1} + a_2 \cdot \vec{e_2} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

2e cpste de $\vec{a}$

Addition : $\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \end{pmatrix}$

Multiplication par un scalaire : $k\vec{a} = k\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka_1 \\ ka_2 \end{pmatrix}$

**Exple**




Dans la base $\mathcal{B} = (\vec{AB}\,;\,\vec{AJ})$ : $\vec{AL} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\quad \vec{AD} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad \vec{AJ} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Dans la base $\mathcal{B}' = (\vec{AJ}\,;\,\vec{AB})$ : $\vec{AL} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\quad \vec{AD} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\quad \vec{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\quad \vec{AJ} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Dans la base $\mathcal{B}'' = (\vec{IG}\,;\,\vec{IJ})$ : $\vec{AL} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\quad \vec{AD} = \begin{pmatrix} 3/2 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad \vec{AB} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad \vec{AJ} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\vec{IG} = \vec{AC} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad \vec{IJ} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \vec{HK} = \ldots$

**Rem** : Les composantes sont définies par rapport à une base. En changeant de base les composantes changent pour un même vecteur.

ex 1.2.5 et 1.2.7