Exercice 1.34

Relativement à une base $\mathcal{B}$ de V_2, on donne les vecteurs $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} t-1 \\ t-5 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} t \\ -3 \end{pmatrix}$

Déterminer $t \in \mathbb{R}$ afin que $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{b}$ soient colinéaires, puis exprimer $\overrightarrow{b}$ en fonction de $\overrightarrow{a}$:

Exercice 1.35

Relativement à une base $\mathcal{B}$ de V_2, on donne les vecteurs $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3t \\ \frac{5}{3} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} t - \frac{5}{2} \\ -\frac{5}{3} \end{pmatrix}$

Déterminer $t \in \mathbb{R}$ afin que $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{b}$ soient colinéaires :

Exercice 1.36

Dans la base $\mathcal{B} = (\overrightarrow{e_1}\,;\overrightarrow{e_2})$, on donne $\overrightarrow{u} = m\,\overrightarrow{e_1} + 3\,\overrightarrow{e_2}$ et $\overrightarrow{v} = (m+1)\,\overrightarrow{e_1} + (m+3)\,\overrightarrow{e_2}$

Déterminer $m \in \mathbb{R}$ afin que $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ soient colinéaires, ~~puis exprimer $\overrightarrow{v}$ en fonction de $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{u}$ en fonction de $\overrightarrow{v}$~~ :

Exercice 1.34

Relativement à une base $\mathcal{B}$ de V_2, on donne les vecteurs $\vec{a} = \begin{pmatrix} t-1 \\ t-5 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} t \\ -3 \end{pmatrix}$

Déterminer $t \in \mathbb{R}$ afin que $\vec{a}$ et $\vec{b}$ soient colinéaires, puis exprimer $\vec{b}$ en fonction de $\vec{a}$:

$\vec{a} \sim \vec{b} \Leftrightarrow \det(\vec{a}, \vec{b}) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} t-1 & t \\ t-5 & -3 \end{vmatrix} = 0$

$\Leftrightarrow -3(t-1) - t(t-5) = 0$

$\Leftrightarrow -3t + 3 - t^2 + 5t = 0$

$\Leftrightarrow -t^2 + 2t + 3 = 0$

$\Leftrightarrow t^2 - 2t - 3 = 0$

$\Leftrightarrow (t-3)(t+1) = 0$

$\Leftrightarrow t = 3$ ou $t = -1$

$\Rightarrow \vec{a} = \begin{pmatrix} 3-1 \\ 3-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow \vec{b} = \frac{3}{2}\vec{a}$

$\Rightarrow a = \begin{pmatrix} -1-1 \\ -1-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow \vec{b} = \frac{1}{2}\vec{a}$

Exercice 1.35

Relativement à une base $\mathcal{B}$ de V_2, on donne les vecteurs $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3t \\ \frac{5}{3} \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} t - \frac{5}{2} \\ -\frac{5}{3} \end{pmatrix}$

Déterminer $t \in \mathbb{R}$ afin que $\vec{a}$ et $\vec{b}$ soient colinéaires :

$\vec{a} \sim \vec{b} \Leftrightarrow \det(\vec{a}; \vec{b}) = 0 \Leftrightarrow 3t \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) - \frac{5}{3}\left(t - \frac{5}{2}\right) = 0$

$\Leftrightarrow -5t - \frac{5}{3}t + \frac{25}{6} = 0 \quad | \cdot 6 \quad \Leftrightarrow -30t - 10t + 25 = 0$

$\Leftrightarrow -40t = -25 \Leftrightarrow t = \frac{25}{40} = \frac{5}{8} \Leftrightarrow t = \frac{5}{8}$

Exercice 1.36

Dans la base $\mathcal{B} = (\vec{e_1}\,; \vec{e_2})$, on donne $\vec{u} = m\,\vec{e_1} + 3\,\vec{e_2}$ et $\vec{v} = (m+1)\,\vec{e_1} + (m+3)\,\vec{e_2}$

Déterminer $m \in \mathbb{R}$ afin que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires, ~~puis exprimer $\vec{v}$ en fonction de $\vec{u}$ et $\vec{u}$ en fonction de $\vec{v}$~~ :

$\vec{u} = \begin{pmatrix} m \\ 3 \end{pmatrix} \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} m+1 \\ m+3 \end{pmatrix}$

$\vec{u} \sim \vec{v} \Leftrightarrow \det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$

$\Leftrightarrow m(m+3) - 3(m+1) = 0$

$\Leftrightarrow m^2 + 3m - 3m - 3 = 0$

$\Leftrightarrow m^2 - 3 = 0$

$\Leftrightarrow (m+\sqrt{3})(m-\sqrt{3}) = 0$

$\Leftrightarrow m = -\sqrt{3}$ ou $m = \sqrt{3}$