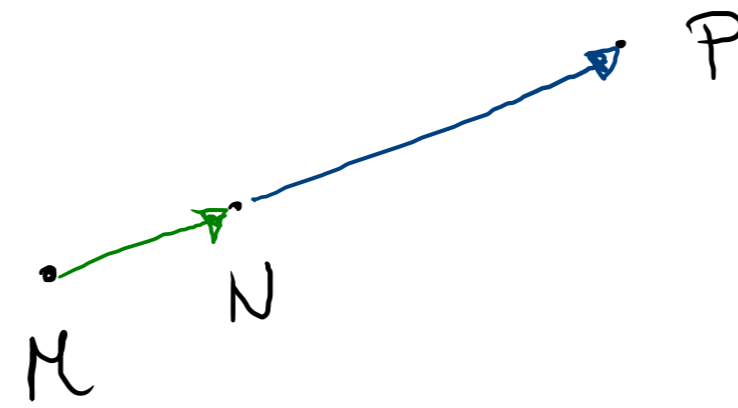


Points alignés

1.3.11 Les points M , N et P suivants sont-ils alignés ?

$$M(13; -22; 2) \quad N(-5; -10; 26) \quad P(-38; 12; 60)$$

$$\vec{MN} \stackrel{?}{\sim} \vec{NP}$$



$$\vec{MN} = \begin{pmatrix} -5 \\ -10 \\ 26 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 13 \\ -22 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 - 13 \\ -10 + 22 \\ 26 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -18 \\ 12 \\ 24 \end{pmatrix}$$

$$\vec{NP} = \begin{pmatrix} -38 \\ 12 \\ 60 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -5 \\ -10 \\ 26 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -38 + 5 \\ 12 + 10 \\ 60 - 26 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -33 \\ 22 \\ 34 \end{pmatrix}$$

$$\vec{MN} = k \cdot \vec{NP} \Leftrightarrow \begin{cases} -18 = -33k & \Leftrightarrow k = \frac{18}{33} = \frac{6}{11} \\ 12 = 22k & \Leftrightarrow k = \frac{12}{22} = \frac{6}{11} \\ 24 = 34k & \Leftrightarrow k = \frac{24}{34} = \frac{12}{17} \end{cases} > \neq \Rightarrow \text{non colinéaires}$$

\Rightarrow les points ne sont pas alignés.

Trois points sont alignés si et seulement si deux vecteurs formés par ces points sont colinéaires

1.3.12 Déterminer dans chaque cas la constante k pour les points A , B et C soient alignés :

a) $A(1; 2)$, $B(-3; 3)$ et $C(k; 1)$

b) $A(2; k)$, $B(7k - 29; 5)$ et $C(-4; 2)$.

$$A, B \text{ et } C \text{ alignés} \Leftrightarrow \vec{AB} \sim \vec{BC}$$

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{BC} = \begin{pmatrix} k+3 \\ 1-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k+3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AB} \sim \vec{BC} \Leftrightarrow \det(\vec{AB}; \vec{BC}) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} -4 & k+3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow -4 \cdot (-2) - 1 \cdot (k+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow +8 - k - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow k = 5 \quad \Rightarrow \quad C(5; 1)$$

