Ex 1.1.27

$$s(t) = \frac{20\ln(t+1)+t}{t+1} \qquad ED(s) =]-1;+\infty[\quad \text{et} \quad EV(s) = [1;+\infty[$$

a) $s(5) = \dfrac{20\ln(6)+5}{6} \cong 6{,}81$

b) $s'(t) = \dfrac{\left(\frac{20}{t+1}+1\right)(t+1) - (20\ln(t+1)+t)}{(t+1)^2} = \dfrac{20+(t+1)-20\ln(t+1)-t}{(t+1)^2} = \dfrac{21-20\ln(t+1)}{(t+1)^2}$

$s'(t) = 0 \Leftrightarrow 21 - 20\ln(t+1) = 0 \Leftrightarrow \ln(t+1) = \frac{21}{20} \Leftrightarrow t+1 = e^{\frac{21}{20}} \Leftrightarrow t = e^{\frac{21}{20}} - 1 \cong 1{,}86$

t	1		$\sim 1{,}86$	
sgn(s')		$+$	ϕ	$-$
s	min	$\nearrow$	Max	$\searrow$

L'indice de satisfaction est maximal au cours du mois de février.

c) $\lim\limits_{t \to +\infty} s(t) \overset{\text{"}\frac{+\infty}{+\infty}\text{"}}{\underset{B.H.}{=}} \lim\limits_{t\to+\infty} \dfrac{\frac{20}{t+1}+1}{1} = \dfrac{20}{+\infty} + 1 = 0 + 1 = 1$

Ex 1.1.28

$$d(t) = \frac{t\cdot e^{-t/30}+2}{2} \qquad ED(d) = \mathbb{R} \quad \text{et} \quad EV(d) = [0;45]$$

a) $d(0) = \dfrac{0\cdot e^0+2}{2} = 1$

b) $d(20) = \dfrac{20e^{-2/3}+2}{2} \cong 6{,}13$

c) $d'(t) = \left[\frac{1}{2}\left(te^{-t/30}+2\right)\right]' = \frac{1}{2}\left(1\cdot e^{-t/30} + te^{-t/30}\cdot\left(-\frac{1}{30}\right)\right) = \frac{1}{2}\underbrace{e^{-t/30}}_{>0}\left(1-\frac{t}{30}\right)$

$d'(t) = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{t}{30} = 0 \Leftrightarrow t = 30$

t	0		30		45
sgn(d')		$+$	ϕ	$-$	
d	min	$\nearrow$	Max	$\searrow$	min

Max $(30; d(30)) \sim (30; 6{,}52)$

Le degré maximal est atteint après 30 min et vaut environ 6,52