

Ex 1.1 27

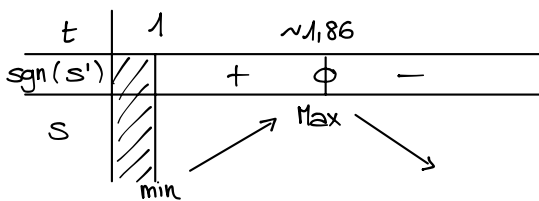
$$s(t) = \frac{20 \ln(t+1) + t}{t+1}$$

$$ED(s) =]-1; +\infty[\text{ et } EV(s) = [1; +\infty[$$

a) $s(5) = \frac{20 \ln(6) + 5}{6} \approx 6,81$

b) $s'(t) = \frac{\left(\frac{20}{t+1} + 1\right)(t+1) - (20 \ln(t+1) + t)}{(t+1)^2} = \frac{20 + (t+1) - 20 \ln(t+1) - t}{(t+1)^2} = \frac{21 - 20 \ln(t+1)}{(t+1)^2}$

$$s'(t) = 0 \Leftrightarrow 21 - 20 \ln(t+1) = 0 \Leftrightarrow \ln(t+1) = \frac{21}{20} \Leftrightarrow t+1 = e^{\frac{21}{20}} \Leftrightarrow t = e^{\frac{21}{20}} - 1 \approx 1,86$$



L'indice de satisfaction est maximal au cours du mois de février.

c) $\lim_{t \rightarrow +\infty} s(t) \stackrel{\frac{+\infty}{+\infty}}{\underset{BH.}{=}} \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\frac{20}{t+1} + 1}{1} = \frac{20}{+\infty} + 1 = 0 + 1 = 1$

Ex 1.1 28

$$d(t) = \frac{t \cdot e^{-t/30} + 2}{2}$$

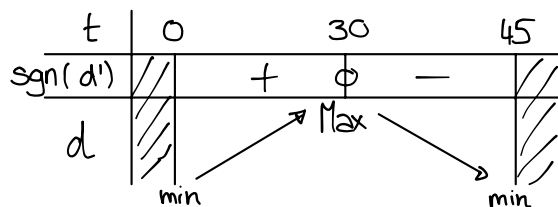
$$ED(d) = \mathbb{R} \text{ et } EV(d) = [0; 45]$$

a) $d(0) = \frac{0 \cdot e^0 + 2}{2} = 1$

b) $d(20) = \frac{20e^{-2/3} + 2}{2} \approx 6,13$

c) $d'(t) = \left[\frac{1}{2} (t e^{-t/30} + 2) \right]' = \frac{1}{2} \left(1 \cdot e^{-t/30} + t e^{-t/30} \left(-\frac{1}{30}\right) \right) = \frac{1}{2} \underbrace{e^{-t/30}}_{>0} \left(1 - \frac{t}{30} \right)$

$$d'(t) = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{t}{30} = 0 \Leftrightarrow t = 30$$



$$\text{Max}(30; d(30)) \sim (30; 6,52)$$

Le degré maximal est atteint après 30 min et vaut environ 6,52